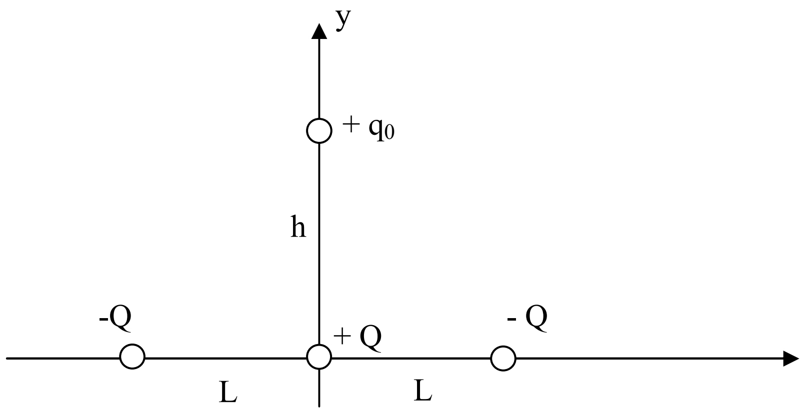
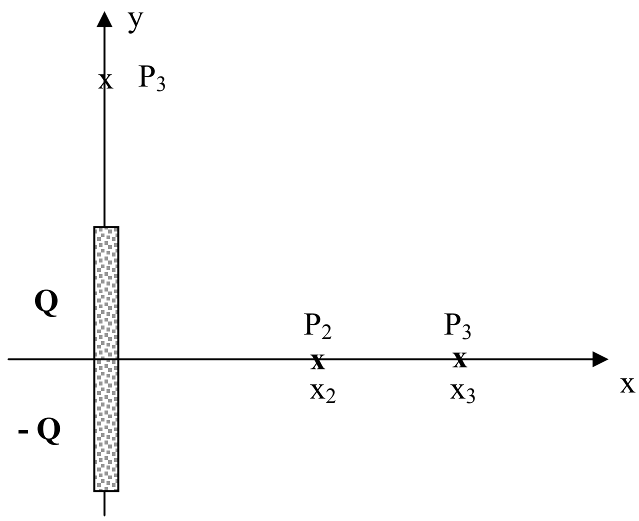
1^a Lista de Exercícios de Eletricidade Básica

1 – Três cargas puntiformes estão fixas sobre o eixo dos x, conforme a figura abaixo. A carga positiva Q encontra-se na origem e as duas cargas negativas – Q estão situadas em x = L e em x = -L. Uma outra carga q_0, positiva, é colocada sobre o eixo dos y a uma distância h da origem (h > 0). Em função dos dados do problema:



a) Calcule a força resultante sobre a carga q_0.
b) Determine a expressão para a força resultante sobre a carga q_0 quando esta carga se encontra muito distante das outras três (h >>L).

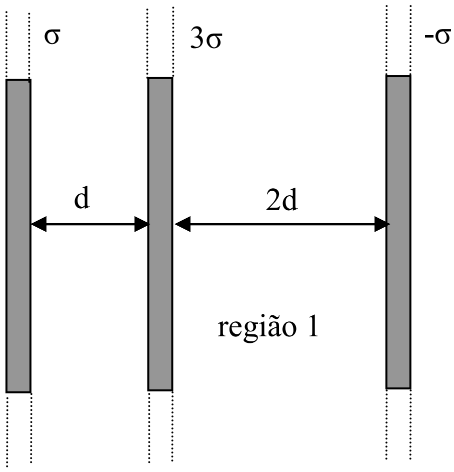
2 – Um bastão de comprimento 2L tem cargas Q e – Q (Q > 0) uniformemente distribuídas em cada metade do seu comprimento, conforme mostra a figura.



a) Indique, justificando, a direção e o sentido do campo elétrico nos pontos P_1, fora do bastão e sobre o eixo y positivo, e P_2, sobre o eixo x.
b) Obtenha a expressão para o campo elétrico num ponto P_1 sobre o eixo y, a distância y > L do centro do bastão.
c) Qual a diferença de potencial entre os pontos P_2 e P_3 sobre o eixo x. Justifique.

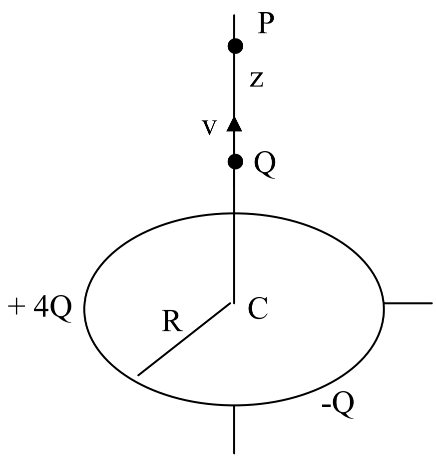
3 – Considere três placas paralelas infinitas, uniformemente carregadas, com distribuição superficial de carga σ, 3σ e –σ conforme mostrado na figura (σ > 0). Sabendo que o módulo do campo elétrico para um plano infinito com densidade σ é igual σ / $2\varepsilon_0$ determine:

a) A direção e o sentido do campo, no ponto P indicado na figura, de cada uma das placas **separadamente**. Justifique.
b) O módulo, a direção e o sentido do campo elétrico total nas regiões 1 e2 mostradas na figura. Justifique.



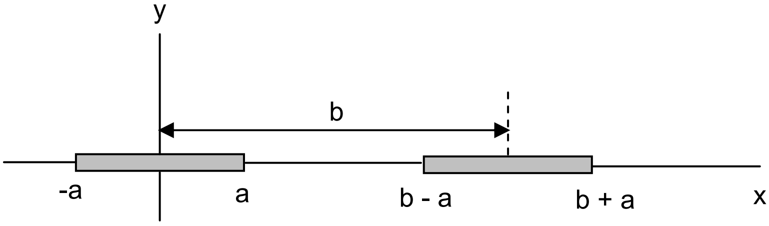
4 – Um anel de plástico, circular, de raio R, tem uma carga negativa –Q uniformemente distribuída ao longo de um quarto da sua circunferência e uma carga positiva de 4Q uniformemente distribuída ao longo do restante da circunferência. Adotando o potencial no infinito igual a zero:

a) Calcule o potencial elétrico no centro C do anel.
b) Calcule o potencial elétrico no ponto P, que está sobre o eixo do anel a uma distância z do seu centro.
c) Considere, agora, que uma partícula de carga positiva Q e massa M esteja localizada no centro do anel. Quando esta partícula é ligeiramente deslocada do centro do anel, ela é acelerada até o infinito. Calcule a velocidade final desta partícula (sugestão: utilize o princípio de conservação da energia).

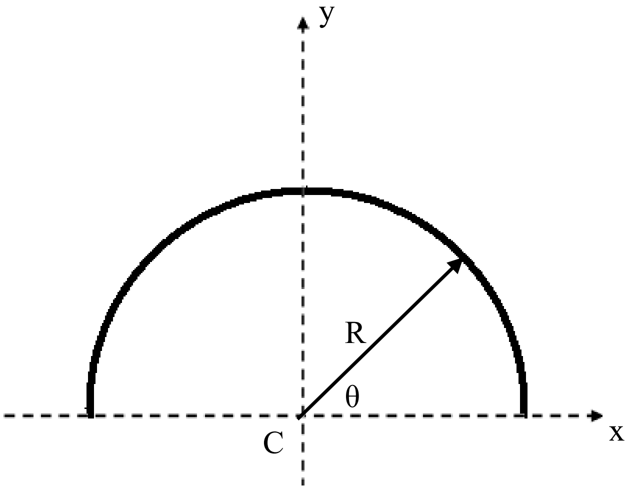


5 – Dois bastões delgados, idênticos, de comprimento 2a, têm a carga +q uniformemente distribuída ao longo dos respectivos comprimentos. Os bastões estão sobre o eixo dos x, separados por uma distância b > 2a.
Mostrar que a força exercida sobre o bastão da direita é dada por

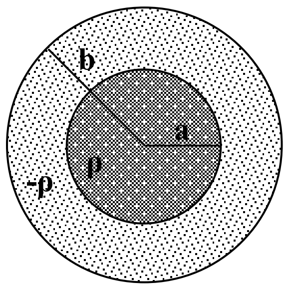
$$F = \frac{q^2}{16\pi\epsilon_0 a^2}\ln\left(\frac{b^2}{b^2-4a^2}\right)$$



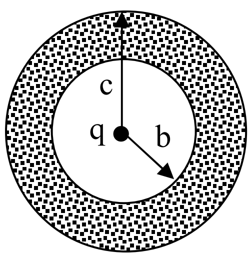
6 – Uma distribuição de cargas positivas tem a forma do arco semicircular de raio R que aparece na figura. A densidade linear de carga, sobre o arco, é dada por λ. A carga total sobre o semicírculo é iguala Q. Calcular:
a) O vetor campo elétrico no centro de curvatura C do anel (lembre-se que $dl = r\,d\theta$).
b) A carga total Q em função de λ.
c) A força total sobre uma carga de valor $Q_0 = 3Q$ colocada no centro de curvatura C.



7 – Uma esfera, feita de um material isolante, tem densidade volumétrica de carga positiva ρ e raio a. A esfera está cercada por uma casca esférica concêntrica, também isolante, com densidade volumétrica de carga $-\rho$, raio interno a e raio externo b.
a) Calcule o campo elétrico para $r < a$.
b) Calcule o campo elétrico para $a < r < b$.
c) Calcule o campo elétrico para $r > b$.
d) Qual a condição para que o campo elétrico na região $r > b$ aponte para o centro da esfera.

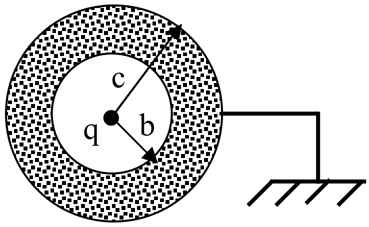


8 - Uma carga puntiforme positiva q é posicionada no centro de uma casca esférica condutora não carregada com raio interno b = 1 cm e raio externo c = 2 cm. Como resultado, a superfície externa da casca esférica adquire uma densidade de carga superficial $\sigma = (10/\pi)$ nC/cm^2. Calcular:

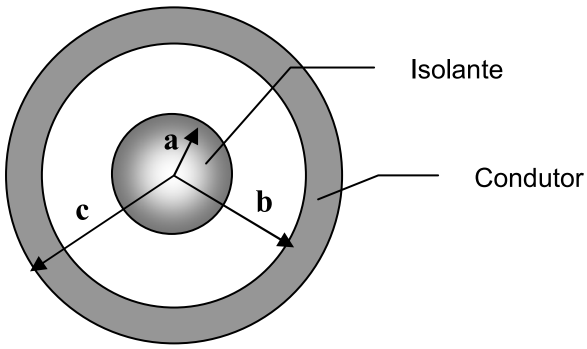


i) o valor da carga puntiforme q;
ii) a densidade de carga superficial da parede interna da casca esférica σ_i (deixe o resultado em função de π);

iii) A superfície externa é agora conectada à Terra com um fio condutor. As densidades de carga superficiais σ_1 e σ_2 da casca esférica se modificam? Em caso afirmativo, como?



9 – Na configuração que aparece na figura, suponha que a = 5 cm, b = 20 cm e c = 25 cm. Além disso, suponha que o campo elétrico, num ponto a 10 cm do centro, seja igual a $3{,}6 \times 10^3$ N/C, e tenha direção radial para dentro, enquanto o campo elétrico, num ponto a 50 cm do centro, seja $2{,}0 \times 10^2$ N/C, dirigido radialmente para fora. Com essas informações achar
a) A carga sobre a esfera isolante.
b) A carga líquida na esfera oca condutora.
c) A carga total sobre a face interna e sobre a face externa da esfera condutora oca.

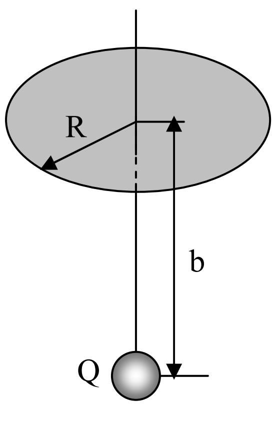


10 – Um cilindro isolante, infinitamente comprido, de raio R, tem uma densidade volumétrica de carga que varia com o raio conforme

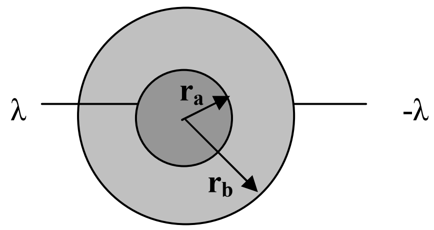
$$\rho = \rho_0\left(a - \frac{r}{b}\right)$$

Onde ρ_0, a e b são constantes positivas, e r é a distância ao eixo do cilindro. Usar a lei de Gauss para determinar o módulo do campo elétrico nas distâncias radias (a) r < R e (b) r > R.

11 – Uma carga puntiforme Q está localizada sobre o eixo de um disco de raio R à distância b do plano do disco. Mostrar que um quarto do fluxo elétrico da carga atravessa o disco quando $R = \sqrt{3}b$.



12 – Um contador Geiger – Muller é um tipo de detector de radiação constituído, essencialmente, de um cilindro oco (o catodo) de raio interno r_a e um fio cilíndrico, coaxial (o anodo), de raio r_b. A carga por unidade de comprimento do anodo é λ, enquanto a carga por unidade de comprimento do catodo é –λ.



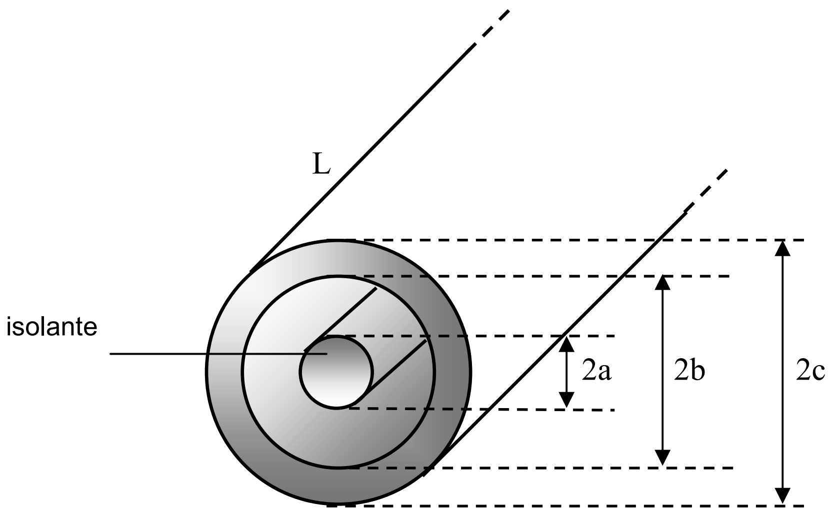
a) Mostrar que a diferença de potencial entre o fio e o cilindro, na região sensível do detector, é

$$V = 2k\lambda \ln\left(\frac{r_a}{r_b}\right)$$

b) Mostre que o módulo do campo elétrico nessa região é dado por

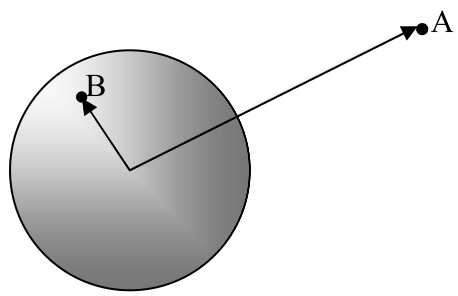
$$E = \frac{V}{\ln\left(\frac{r_a}{r_b}\right)}\left(\frac{1}{r}\right)$$

13 – A figura mostra o esquema da seção reta de um cabo coaxial muito longo de comprimento L. Imagine que o cilindro interno da figura seja não condutor (isolante) e tenha uma densidade volumétrica de carga **não** uniforme dada por ρ(r) = B/r onde B é uma constante positiva. O cilindro externo é metálico (condutor).
a) Calcule a carga total no cilindro interno.
b) Quais são as unidades de medida de B?
Se o cilindro externo possui uma carga líquida q = -πBaL, calcule:
c) A carga na superfície externa do cilindro metálico (externo). Justifique os seus cálculos.
d) Calcule o campo elétrico (módulo, direção e sentido) nas seguintes regiões:
   i) b < r <c;
   ii) r > c.



14 – Uma esfera sólida isolante de raio R tem uma densidade de carga positiva uniforme com carga total Q.

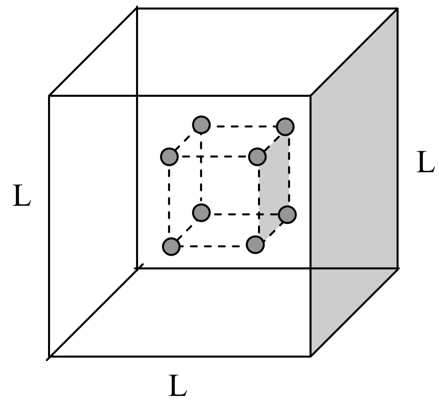
a) Encontre o potencial elétrico em um ponto A fora da esfera, isto é, para r >R. Adote o potencial zero no infinito.
b) Encontre o potencial em um ponto B interior a esfera carregada, isto é, para r < R.



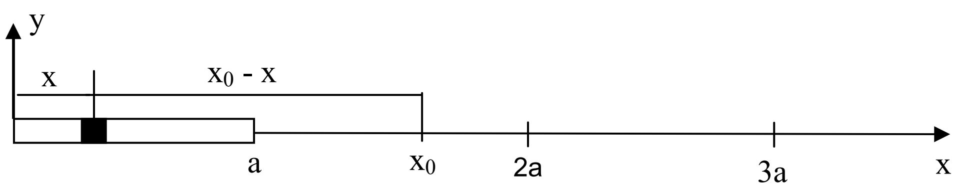
15 – Em certa região do espaço, o potencial elétrico é dado por $V = (5x - 3x^2y + 2yz^2)$ V.
a) Achar as expressões das componentes x, y e z do campo elétrico nessa região.
b) Qual é o módulo do vetor campo elétrico no ponto P cujas coordenadas, em metros, são (1, 0, -2)?

16 – Um modelo primitivo (incorreto) do átomo de hidrogênio, sugerido por J. J. Thomson, admitia que uma nuvem positiva, com carga + e, estava uniformemente distribuída pelo volume de uma esfera de raio R, com um elétron, com uma carga puntiforme negativa de mesmo módulo, -e, localizada no centro da nuvem.
a) Com a lei de Gauss, mostrar que o elétron estaria em equilíbrio no centro e que, se fosse deslocado do centro de uma distância r < R, sofreria uma força restauradora da forma $F = -\beta r$, onde β é uma constante.
b) Mostrar que a constante de força é $\beta = e^2/(4\pi\varepsilon_0 R^3)$.
c) Achar uma expressão para a freqüência f das oscilações harmônicas simples que o elétron efetuaria se fosse deslocado de uma pequena distância (< R) do centro e depois fosse solto.
d) Calcular o valor numérico de R que levaria à freqüência de $2{,}47 \times 10^{15}$ Hz, que é a da raia mais intensa do espectro do hidrogênio.

17 – Seja uma configuração de cargas puntiformes distribuída sobre os oitos vértices de um cubo de lado <u>a</u> com cada carga tendo valor q. Suponha agora uma superfície gaussiana cúbica de lado L (L = 2a) centrada no cubo de cargas, como ilustra a figura abaixo.
Responda as seguintes perguntas:
a) Podemos usar a lei de Gauss para calcular o fluxo através de toda a superfície gaussiana? Se possível, qual o valor do fluxo?
b) Podemos usar a lei de Gauss para calcular o fluxo através de uma das faces do cubo? Se possível, qual o valor do fluxo?
c) Podemos usar a lei de Gauss para calcular o campo elétrico em algum ponto em uma das faces do cubo? Se possível, qual o valor do campo?
d) Suponha agora que a superfície gaussiana assuma uma forma esférica com raio R (R >>a). Podemos usar a lei de Gauss para calcular de maneira aproximada o valor do campo elétrico em um ponto da superfície esférica? Se possível, qual o valor deste campo?
<u>Justifique todas as suas respostas.</u>



18 – Seja λ (λ > 0) a carga por unidade de comprimento distribuída uniformemente ao longo de um segmento de reta de comprimento <u>a</u> conforme mostrado na figura abaixo.



a) Calcule o potencial (escolhendo como origem o infinito) num ponto x_0, localizado sobre o eixo x, conforme mostrado na figura.
b) Explique porque é possível definir a origem do potencial no infinito.
c) Determine, a partir do potencial, o **vetor** campo elétrico em um ponto qualquer do eixo x. Justifique. (sugestão: use argumentos de simetria para simplificar seus cálculos).
d) Calcule a variação da energia potencial eletrostática (ΔU) quando uma carga Q_0, positiva, se move de uma posição $x_0 = 2a$ para uma posição 3a.

19 **-** Um cilindro <u>sólido</u> e isolante, muito longo e de raio R, possui uma densidade volumar de carga positiva e uniforme ρ. Usando a lei de Gauss

a) Ache a intensidade do campo elétrico no interior do cilindro a uma distância r (r < R) do seu eixo em termos da densidade de carga ρ.

b) Encontre a intensidade do campo elétrico em um ponto fora do cilindro (r > R) em função da carga por unidade de comprimento λ.

c) Compare os resultados obtidos nos itens (a) e (b) para r = R.

d) Faça um gráfico da intensidade do campo elétrico em função da distância r de r = 0 até r = 3R.

20 **-** Uma região do espaço contém uma carga positiva Q que está distribuída ao longo de uma esfera de raio R de tal modo que a densidade volumétrica de carga ρ(r) é dada por:

$$\rho(r) = \begin{cases} \alpha & \text{para } r \leq R/2 \\ 2\alpha\left(1 - \frac{r}{R}\right) & \text{para } R/2 \leq r \leq R \\ 0 & \text{para } r \geq R \end{cases}$$

Nessas relações, α é uma constante positiva com unidades C/m^3.

a) Determine α em função de Q e de R.

b) Aplicando a lei de Gauss, deduza uma expressão para o módulo do campo elétrico em função da distância r. Faça esse calculo separadamente para cada uma das três regiões. Expresse suas respostas em termos da carga total Q. Verifique cuidadosamente se seus resultados coincidem quanto às fronteiras entre as três regiões.

21 **–** Um átomo de hidrogênio é constituído por um próton com carga q = $+1{,}60 \times 10^{-19}$ C e um elétron com carga q = $-1{,}60 \times 10^{-19}$ C. Podemos considerar o próton uma carga puntiforme situada em r = 0, o centro do átomo. O movimento do elétron faz com que sua carga seja “espalhada” ao longo de uma distribuição esférica em torno do próton, de modo que o elétron seja equivalente a uma carga por unidade de volume dada por

$$\rho(r) = -\frac{q}{\pi a_0^{\;3}} e^{-2r/a_0}$$

onde $a_0 = 5{,}29 \times 10^{-11}$ m é o chamado raio de Bohr.

a) Calcule a carga total do átomo de hidrogênio contida em uma esfera de raio r centralizada sobre o próton. Mostre que, quando r → ∞, a carga contida nesse volume tende a zero. Explique esse resultado.

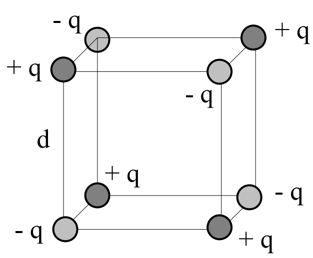
b) Encontre o módulo, a direção e o sentido do campo elétrico produzido pelo átomo de hidrogênio em função da distância r.

c) Faça um gráfico do módulo do campo elétrico em função de r.

22 **-** A figura abaixo mostra oito cargas puntiformes distribuídas nos vértices de um cubo cuja aresta é igual a d. Os valores das cargas são + q e – q como indicado. Trata-se do modelo da célula unitária de um cristal iônico cúbico. Por exemplo, no cloreto de sódio (NaCl) as cargas positivas são os íons Na^+ e as negativas são os íons Cl^-.

a) Calcule a energia potencial U desse arranjo. (Considere zero o potencial quando a distância mútua entre as oito cargas for infinita.)

b) No resultado do item anterior, provavelmente você encontrou U < 0. Explique a relação entre esse resultado e a observação da existência desses cristais na natureza.



23– Ernest Rutherford, que orientou os experimentos que firmaram a visão moderna dos átomos, utilizou um modelo simples do átomo para explicar os resultados experimentais. Rutherford introduziu o conceito de núcleo mediante representação de um átomo com número atômico Z como uma partícula com carga + Ze (o núcleo) no centro de uma distribuição de carga esférica uniforme com carga – Ze e raio r_a (os elétrons).
a) Com o auxílio da lei de Gauss, mostre que o campo elétrico a uma distância r do centro dessa distribuição de carga é

$$E = 0 \qquad r > r_a$$
$$E = \frac{Ze}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r^2} - \frac{r}{{r_a}^3}\right) \qquad r < r_a$$

b) Mostre que o potencial produzido por essa distribuição de carga é

$$V = \frac{Ze}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r} - \frac{3}{2r_a} + \frac{r^2}{2{r_a}^3}\right) \qquad r < r_a$$
$$V = 0 \qquad r > r_a$$

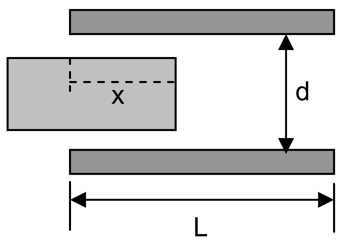
24 – Uma superfície cúbica fechada de aresta a é colocada em uma região onde existe um campo elétrico paralelo ao eixo dos x.
a) Determine o fluxo do campo elétrico através da superfície, considerando que o campo elétrico varia de acordo com E(x) = Cx, onde C é uma constante positiva.
b) Determine a carga total no interior da superfície.

25 – Um microfone pode ser construído, de forma simples, a partir de um capacitor de placas paralelas cuja separação entre as placas varia com a pressão da onda sonora que incide sobre uma das placas. Para entendermos o seu princípio de funcionamento vamos calcular a carga no capacitor em função da distância entre suas placas.
Considere um capacitor de placas paralelas, quadrado de lado L e distância d, ligado permanentemente a uma fonte de tensão que fornece uma d.d.p. de valor V.
a) Sabendo que o campo elétrico entre as placas é dado por Q / ($\varepsilon_0 L^2$), calcule a capacitância C, em função da sua geometria.
b) Calcule a carga no capacitor em função de C.
c) Calcule o novo valor da capacitância C' e o novo valor da carga Q' para a situação em que a distância entre as placas foi reduzida pela metade.
Esta variação de carga produz uma corrente no circuito que se conectada num amplificador e alto-falante irá produzir ondas de pressão (onda sonora).
d) Calcule a energia inicial e final armazenada no capacitor, isto é, para as distâncias d e d/2.
É esta variação de energia ao longo do tempo ($\Delta U/\Delta t$) que irá produzir a onda sonora.

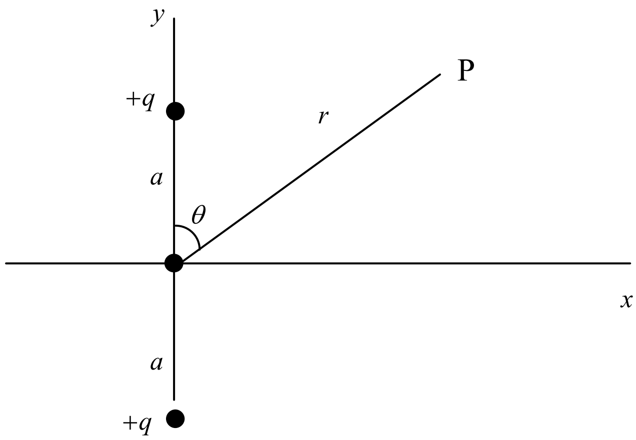
26 – Considere dois fios compridos, paralelos, com cargas opostas, de raio d, com os centros separados pela distância D. Admitindo-se que a carga esteja uniformemente distribuída na superfície de cada fio, mostrar que a capacitância por unidade de comprimento, desse par de fios, é dada pela seguinte expressão:

$$\frac{C}{l} = \frac{\pi\epsilon_0}{\ln\left(\frac{D-d}{d}\right)}$$

27 – Um capacitor é constituído por duas placas quadradas de lados L e separação d. Um material de constante dielétrica κ é inserido entre as placas do capacitor como mostrado na figura abaixo.
a) Calcule a capacitância equivalente dessa montagem.
b) Calcule a energia no capacitor se a d.d.p. for V.
c) determine a direção e o módulo da força exercida sobre o dielétrico, admitindo-se uma d.d.p. constante V. Despreze o atrito e os efeitos de borda.
d) Calcular o valor numérico da força, pressupondo L = 5 cm, V = 2000 V, d = 2 mm e que o dielétrico seja o vidro (κ = 4,5).



28 – Um quadrupolo elétrico está localizado no eixo dos y, como mostra a figura abaixo. Ele é composto de uma carga puntiforme $+q$, situada na posição $y=+a$, de uma carga puntiforme $-2q$ situada em $y=0$ e de uma carga puntiforme $+q$ situada em $y=-a$. Considere um ponto P do plano, que está longe do dipolo, a uma distância r da carga $-2q$ (a chamada zona de radiação, para a qual $r >> a$).



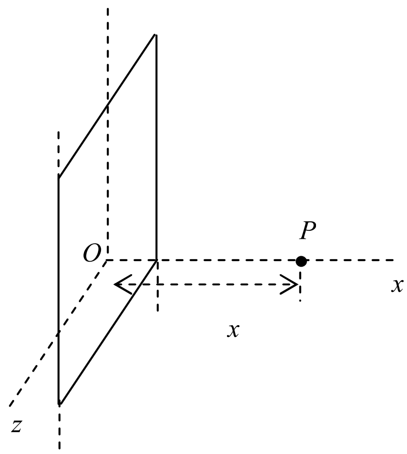
a) Mostre que o potencial elétrico no ponto P é dado por

$$V(r,\theta) = \frac{qa^2\left(3\cos^2\theta - 1\right)}{4\pi\epsilon_0 r^3}$$

b) Calcule a componente radial do campo elétrico, E_r, e a componente normal, E_θ.

c) Os resultados obtidos no item (b) parecem razoáveis para $\theta = 0$, 90° e $r = 0$? Justifique as suas respostas.

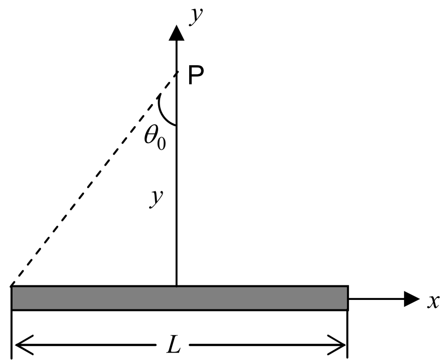
29 – Uma distribuição de carga retilínea, longa, em forma de fita, apresenta uma densidade de carga superficial σ uniforme. O plano yz contém o plano da fita com o eixo y ao longo do seu comprimento, o eixo z segundo a sua largura e a origem no centro, de modo que o eixo x seja perpendicular ao plano da fita. A fita se estende de $z=-a$ a $z=+a$, de modo que a sua largura é $2a$. Admita que o comprimento da fita é muito maior do que a e muito maior do que a distância $|x|$ da fita ao ponto onde o campo elétrico é calculado.



a) Calcule o vetor campo elétrico no ponto P da figura acima, situado ao longo do eixo x, distando x da origem.
b) Calcule, a partir do resultado do item anterior, o vetor campo elétrico no ponto P quando $a >> |x|$.

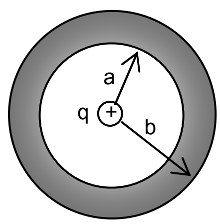
30 – Uma barra fina, não condutora, de comprimento L, está orientada sobre o eixo dos x, conforme a figuraabaixo. A barra tem uma carga positiva q uniformemente distribuída ao longo do seu comprimento.

Todas as respostas dos itens abaixo devem ser em função somente de q , L , θ_0 , y e da permissividade do meio ε_0 .



a) Calcule o <u>vetor</u> campo elétrico no ponto P situado a uma distância y da barra, sobre a mediatriz da mesma.
b) Admita agora que a barra adquira carga à medida que o seu comprimento aumenta, de forma que a sua densidade linear de carga permaneça constante. Com o resultado obtido no item anterior, calcule o <u>vetor</u> campo elétrico no ponto P criado por uma barra infinita.
c) Calcule o potencial eletrostático (escolhendo como origem o infinito) criado pela barra no ponto P, na condição descrita no item (a).
d) Calcule a variação da energia potencial eletrostática (ΔU) quando uma carga de prova Q , positiva, se move de uma posição $y = L$ para uma posição $y = 2L$.

31 – Uma casca esférica não condutora, com raio interno a e raio externo b , tem uma densidade volumétrica de carga variável, que depende de r , conforme a expressão $\rho(r) = \frac{A}{r}$, onde A é uma constante positiva e r se mede a partir do centro da casca. No centro da casca esférica está localizada uma carga puntiforme positiva q .



a) Qual a unidade SI da constante A ?
b) Use a lei de Gauss para determinar o módulo do campo elétrico no interior da casca esférica (região $a \le r \le b$). Justifique detalhadamente todas as etapas dos seus cálculos.
c) Determine o valor da constante A para que o campo elétrico no interior da casca tenha módulo constante.
d) Calcule a carga total contida na casca esférica na condição descrita no item (c)

32 – Um capacitor de placas planas e paralelas, na ausência de um dielétrico, tem área das placas A e distância x entre elas. O capacitor é carregado por uma bateria até possuir cargas $+q$ e $-q$ em suas placas. O capacitor é desconectado da fonte de carga, de modo que a carga de cada placa permanece fixa. Em função de q , A , x e ε_0 (permissividade elétrica do vácuo), responda aos itens abaixo.
a) Escreva uma expressão para a energia eletrostática total armazenada no capacitor.
As placas são afastadas até atingirem uma distância adicional dx .
b) Nesta nova situação, determine a variação da energia acumulada no capacitor.
c) A partir do resultado obtido no item anterior, calcule o módulo da força de atração F entre as placas do capacitor.