CEFET/RJ

Aula-2
O campo elétrico

Curso de Física Geral III

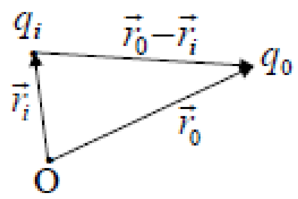
O Campo Elétrico

Pelo princípio da superposição, vimos que a força que um conjunto de cargas puntiformes $q_1, q_2, \ldots, q_n$ exerce sobre uma carga de prova q_0 é dada por:

$$\vec{F}_0 = \vec{F}_{01} + \vec{F}_{02} + \ldots + \vec{F}_{0n} \ ,$$

que pela lei de Coulomb se escreve como $\vec{F}_0 = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_0 q_i}{r_{0i}^2} \hat{r}_{0i} \ ,$

onde $\hat{r}_{0i} = \frac{\vec{r}_{0i}}{|\vec{r}_{0i}|} \equiv \frac{\vec{r}_0 - \vec{r}_i}{|\vec{r}_0 - \vec{r}_i|}$



Assim, podemos definir um grandeza $\vec{E} \equiv \frac{\vec{F}_0}{q_0} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_i}{r_{0i}^2} \hat{r}_{0i} \ ,$

que só depende da distribuição das cargas $q_1, q_2, \ldots, q_n$ e das suas distâncias ao ponto onde q_0 se encontra.

O Campo Elétrico

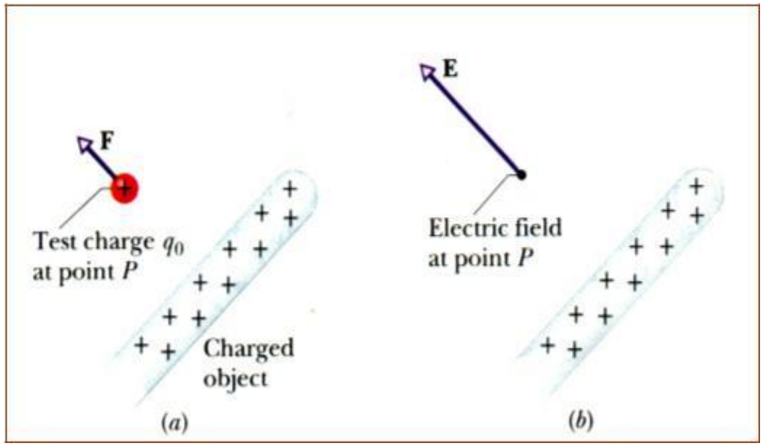
O *campo elétrico* devido a uma distribuição discreta de cargas $q_1, q_2, \ldots, q_n$ em um dado ponto r_0 é dado por:

$$\vec{E} \equiv \frac{\vec{F}_0}{q_0} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_i}{r_{0i}^2} \hat{r}_{0i}$$

Para medir o campo devido à distribuição de cargas, devemos medir a força exercida por esse conjunto de cargas sobre uma carga de prova q_0 e dividir pelo próprio valor de q_0. Para que não haja influência da carga de prova sobre a distribuição de cargas, a carga q_0 deve ser a menor possível.

Ou seja:

$$\vec{E} \equiv \lim_{q_0 \to 0} \frac{\vec{F}_0}{q_0}$$



Campo Elétrico *vs* Campo Gravitacional

Podemos fazer uma analogia entre o campo gravitacional e o campo elétrico.

Força Gravitacional

$$\vec{F}_G = G\frac{Mm}{r^2}\hat{r}$$

No caso da Terra, ou seja uma distribuição fixa de massa, teremos:

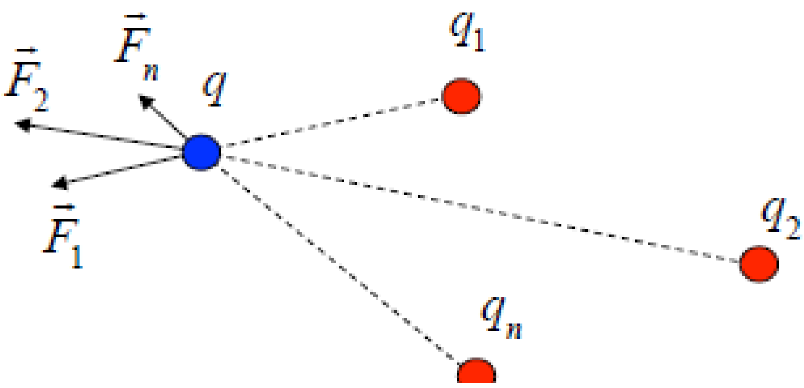
$$\vec{F}_G = \vec{P} = m\left(\frac{GM_{\text{Terra}}}{R^2_{\text{Terra}}}\hat{r}\right) = m\vec{g}$$

Força Eletrostática

$$\vec{F}_E = k\frac{Qq}{r^2}\hat{r}$$

Numa distribuição fixa de cargas (veja figura abaixo)

$$\vec{F}_E = q\left(\sum_{i=1}^{4} k\frac{q_i}{r_i}\hat{r}_i\right) = q\vec{E}$$

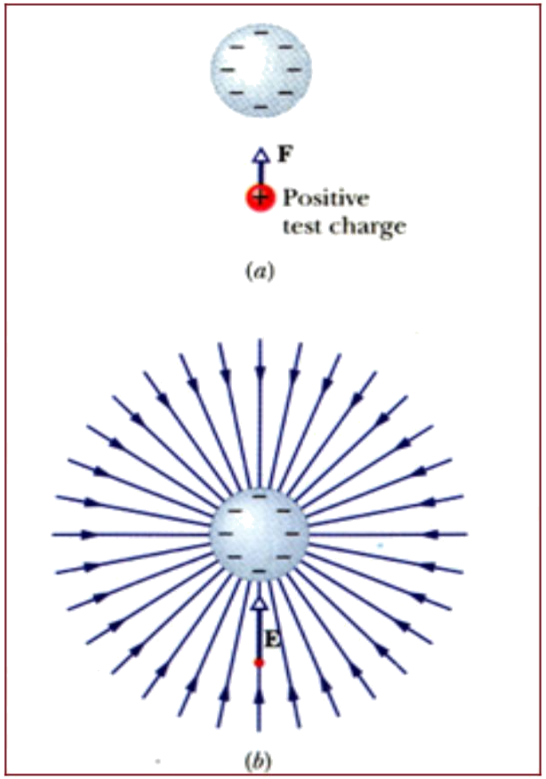


Campo Gravitacional	Campo Elétrico
$\vec{g}$	$\vec{E}$

Linhas de Força

As *linhas de força* são linhas a partir das quais pode-se visualizar a configuração do campo elétrico de uma dada distribuição de cargas no espaço. Elas são traçadas de forma que:

a) A tangente a cada ponto da linha é a direção do campo elétrico;

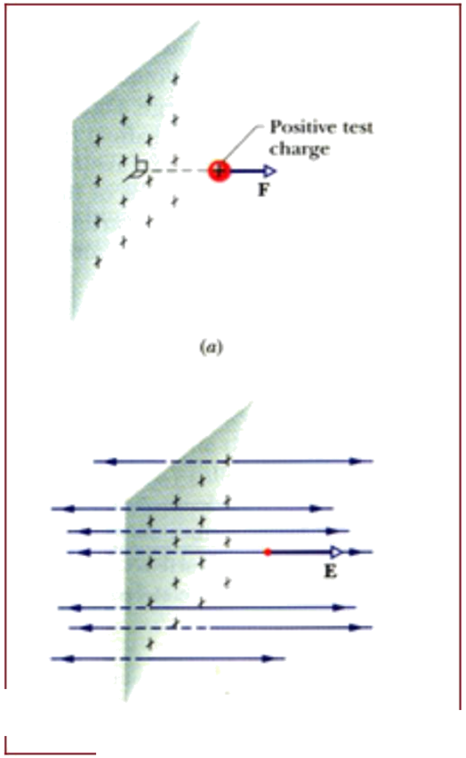


b) O número de linhas por unidade de área de uma superfície perpendicular à direção das linhas é proporcional ao módulo do campo;

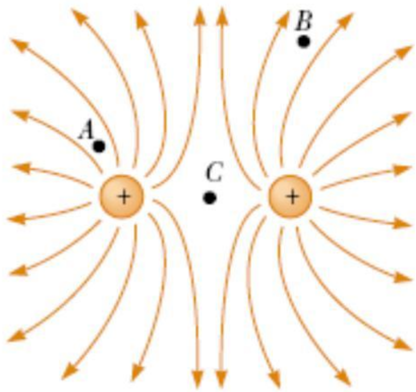
c) As linhas saem das cargas positivas e chegam nas cargas negativas.

Duas linhas de campo nunca cruzam.

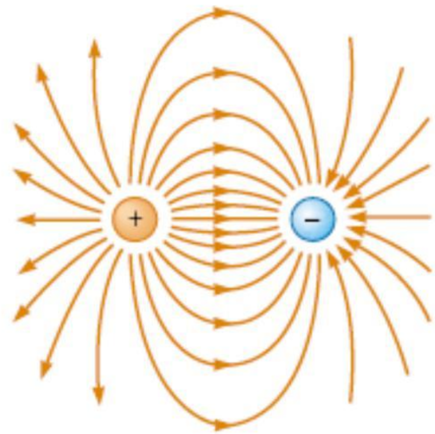
http://www.youtube.com/watch?v=7vnmL853784



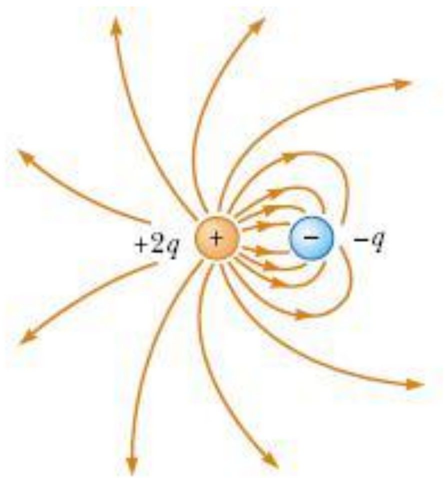
Linhas de Força



Duas cargas iguais



Um dipolo elétrico



Cargas +2*q* e –*q*

Dada uma distribuição de cargas, o campo elétrico criado pela distribuição em qualquer ponto do espaço é dado pelo *princípio da superposição* :

$$E = E_1 + E_2 + \ldots + E_n \,,$$

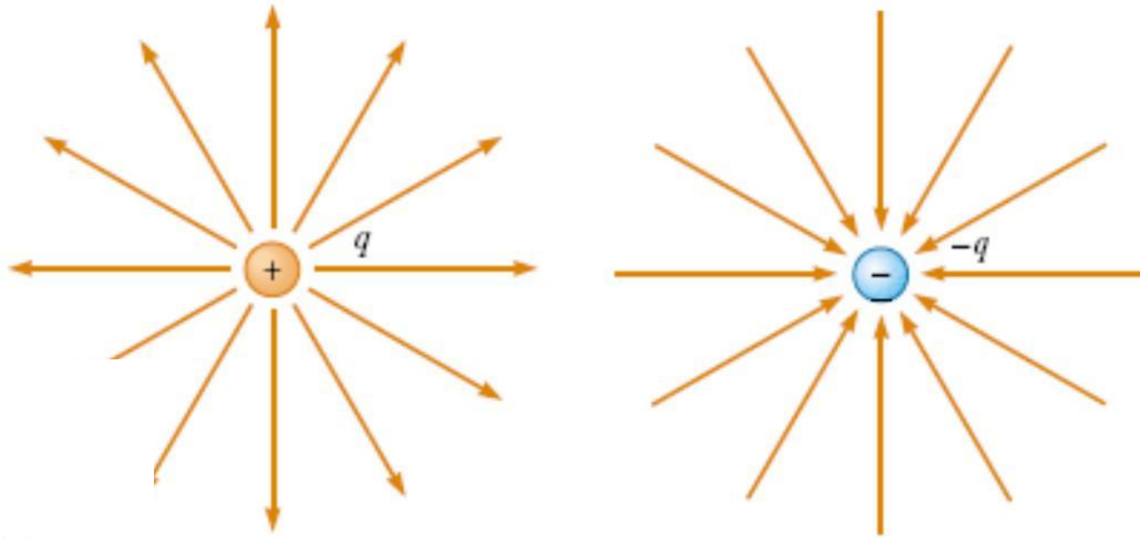
onde E_i é o campo criado por cada parte individual da distribuição.

http://www.falstad.com/emstatic/index.html

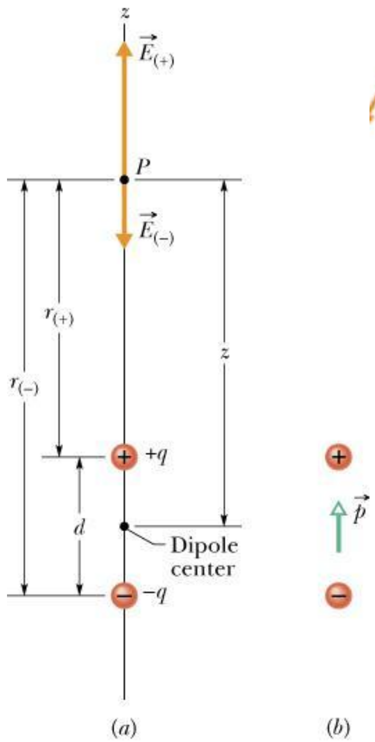
Alguns Campos Elétricos Importantes

Carga puntiforme

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\hat{r}$$



Dipolo elétrico



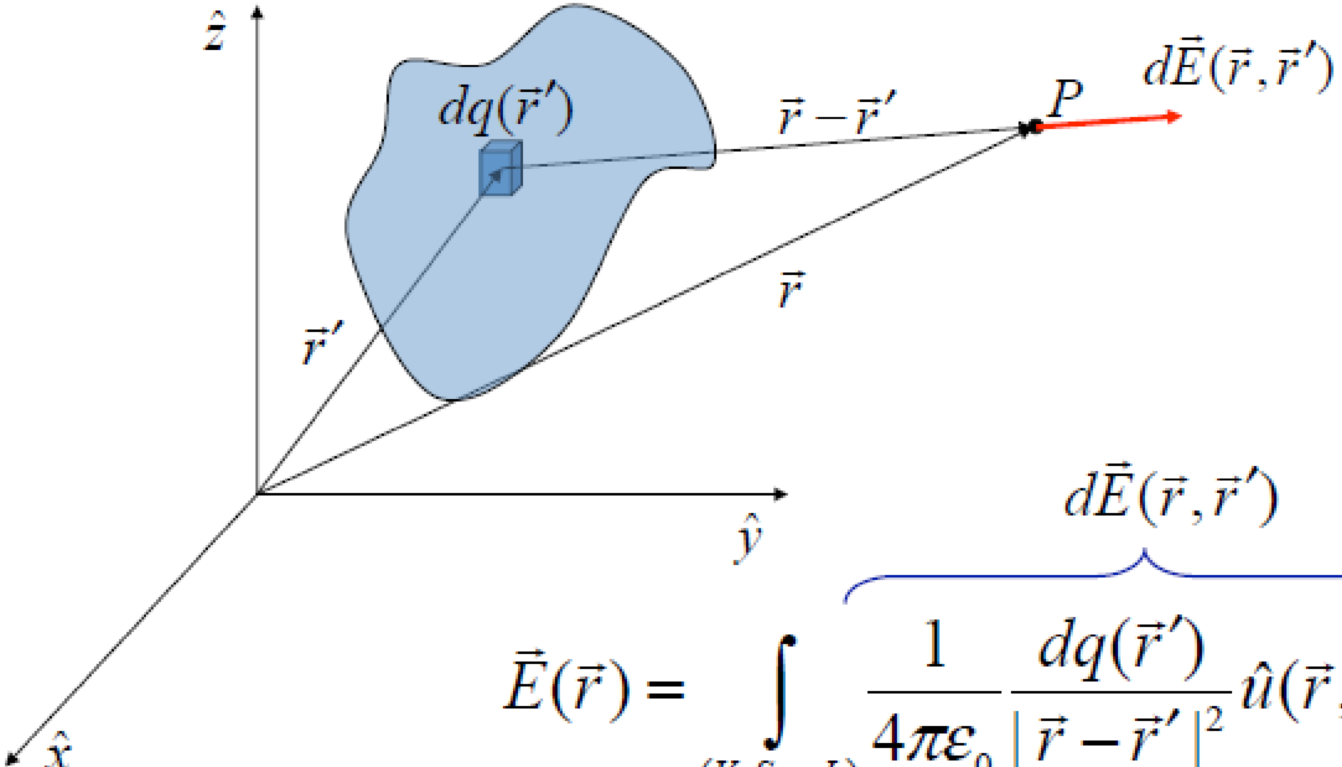
Ao longo da linha que une as cargas e para $z >> d$:

$$E = E_{(+)} - E_{(-)} \approx \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{p}{z^3} \quad ,$$

onde p é o módulo do momento de dipolo elétrico dado por:

$$\vec{p} \equiv q\,\vec{d}$$

Distribuição Contínua de Cargas



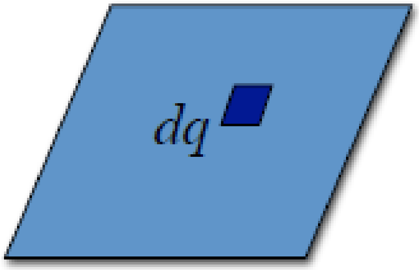
$$\vec{E}(\vec{r}) = \int_{(V,\,S\ \mathrm{ou}\ L)} \overbrace{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq(\vec{r}\,')}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|^2}\,\hat{u}(\vec{r},\vec{r}\,')}^{d\vec{E}(\vec{r},\vec{r}\,')}$$

$$\text{onde}\quad \hat{u}(\vec{r},\vec{r}\,') \equiv \frac{\vec{r}-\vec{r}\,'}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|}$$

Distribuição Contínua de Cargas

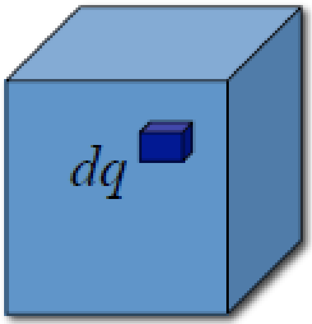
$$\text{densidade linear: } \lambda = \frac{dq}{dl}$$

$$\text{ou: } dq = \lambda\, dl$$



$$\text{densidade superficial: } \sigma = \frac{dq}{dA}$$

$$\text{ou: } dq = \sigma\, dA$$



$$\text{densidade volumétrica: } \rho = \frac{dq}{dV}$$

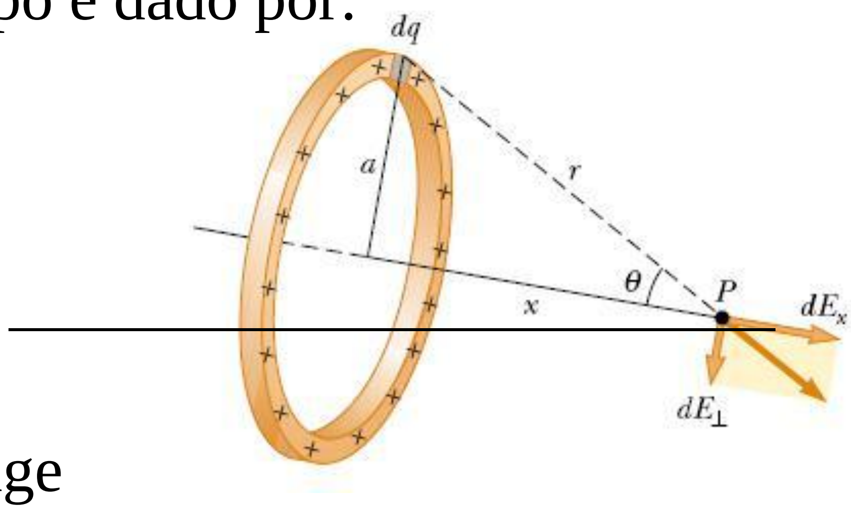
$$\text{ou: } dq = \rho\, dV$$

Distribuição Contínua de Cargas

Campo devido a um anel uniformemente carregado com carga *q:*

Ao longo do eixo perpendicular ao plano do anel e que passa pelo seu centro o campo é dado por:

$$\vec{E} = \frac{qx}{4\pi\varepsilon_0 (x^2 + a^2)^{3/2}} \hat{x}$$



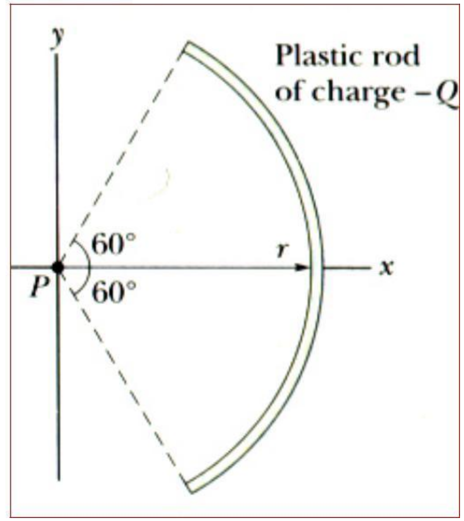
Note que em pontos bem longe do anel ($x >> a$):

$$\vec{E} \approx \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 x^2} \hat{x}$$

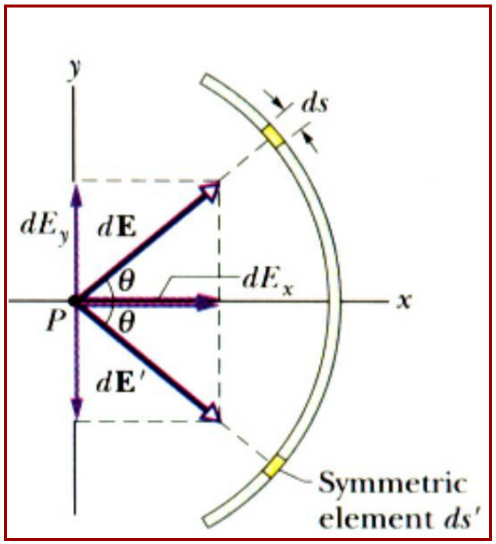
(campo semelhante ao de uma carga puntiforme)

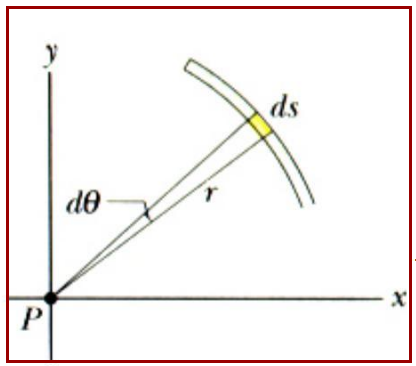
Distribuição Contínua de Cargas

Campo devido a uma haste isolante em forma de arco circular uniformemente carregada com carga $-Q$



No centro do arco circular de raio r o campo é dado por:



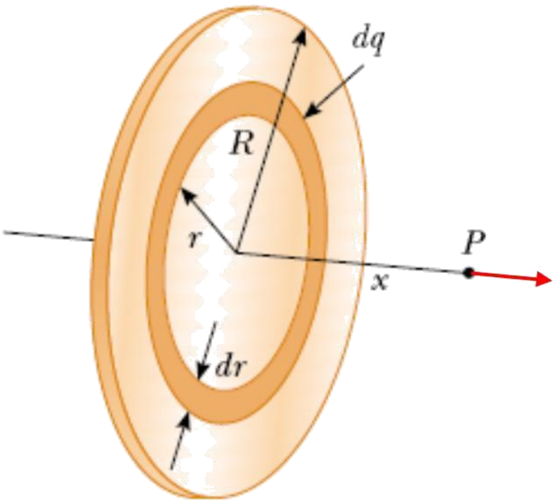


$$\vec{E} \approx \frac{0{,}83Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2};$$

Distribuição Contínua de Cargas

Campo devido a um disco de raio *R* uniformemente carregado com densidade superficial de carga σ.

Ao longo do eixo perpendicular ao plano do disco e que passa pelo seu centro o campo é dado por:



$$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(\frac{x}{|x|} - \frac{x}{(x^2+R^2)^{1/2}}\right)\hat{x}$$

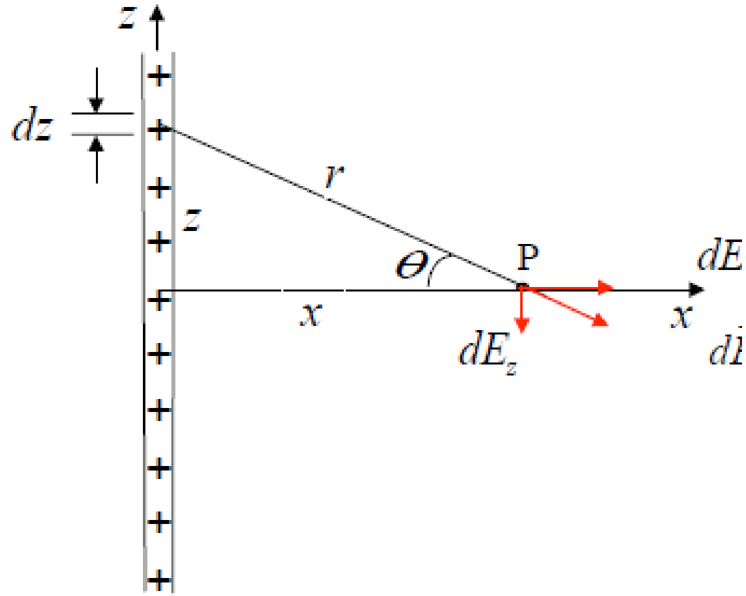
Note que se $R >> x$ (ou plano infinito) :

$$\vec{E} \approx \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\frac{x}{|x|}\hat{x}$$

Fio infinito com densidade de carga linear

Contribuição dE devida ao elemento de carga dq ($=\lambda dz$):

$$dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda dz}{z^2+x^2}$$



As componentes dE_z cancelam-se por simetria e

$$dE_x = dE\cos\theta$$

$$E_x = \int dE_x = \int_{-\infty}^{+\infty} dE\cos\theta =$$

$$= 2\int_0^{\infty} dE\cos\theta = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\int_0^{\infty}\frac{dz}{z^2+x^2}\cos\theta$$

Faz-se: $tg\theta = \dfrac{z}{x}\ \therefore\ \begin{cases} dz = x\sec^2\theta\, d\theta \\ x^2+z^2 = x^2(1+tg^2\theta) = x^2\sec^2\theta \end{cases}$

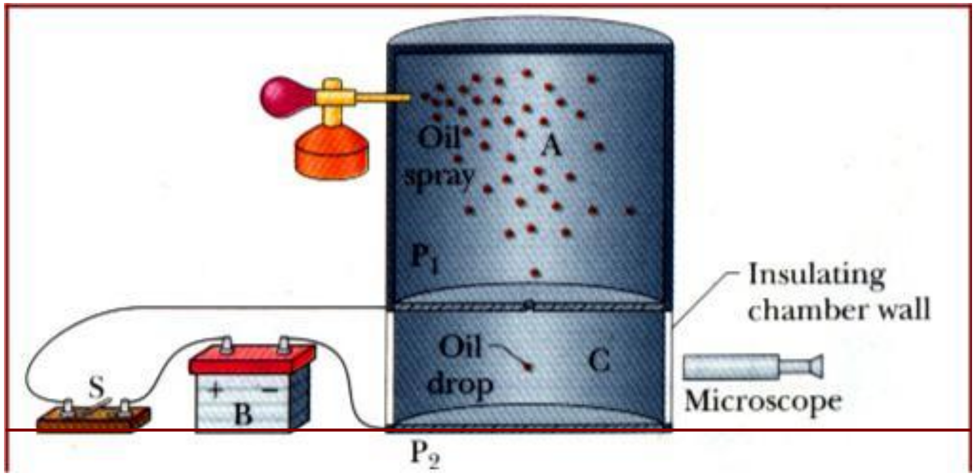
Substituindo estas duas relações no integrando acima, tem-se:

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 x}\int_0^{\pi/2}\cos\theta\, d\theta = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 x}[sen\,\theta]_0^{\pi/2} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 x}$$

Movimento de uma carga num campo elétrico

$$F = m\frac{d^2 r}{dt^2} = qE$$

Experiência de Millikan: http://www.youtube.com/watch?v=UFiPWv03f6g



O peso de uma gotícula carregada pode ser equilibrado pela ação de um campo elétrico. A condição de equilíbrio é:

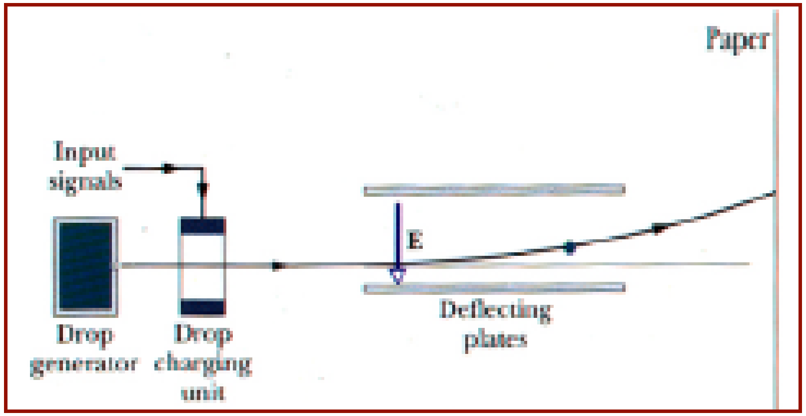
$$\frac{4}{3}\pi R^3 \rho g = qE$$

$q = ne$, onde $n = \pm 1, \pm 2, \ldots$

$$e = 1{,}6 \times 10^{-19}\ \text{C}$$

Movimento de uma carga num campo elétrico

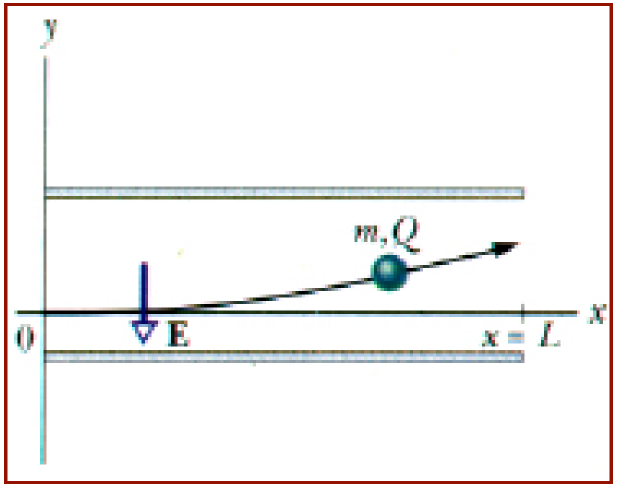
Impressora de jato de tinta



Mantém-se o campo elétrico fixo e varia-se a carga da gota de tinta.

$$y - y_0 = \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} \frac{QE}{m} t^2$$

$$L = v_0 t$$



Eliminando-se *t* nas duas equações, obtém-se a deflexão vertical da gota em $x = L$:

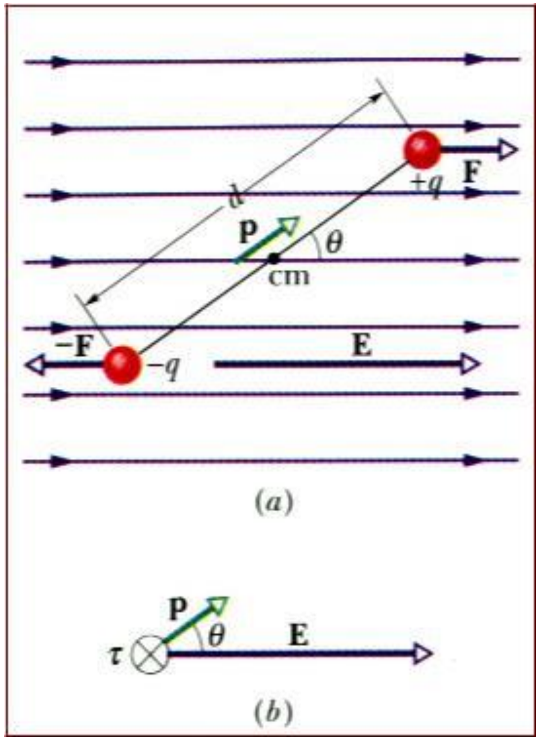
$$y - y_0 = \frac{QEL^2}{2mv_0^2}$$

Dipolo num campo elétrico uniforme

Torque

$$\tau = Fd\sin\theta = qEd\sin\theta = pE\sin\theta$$

$$\vec{\tau} = \vec{p}\times\vec{E}$$



Energia potencial

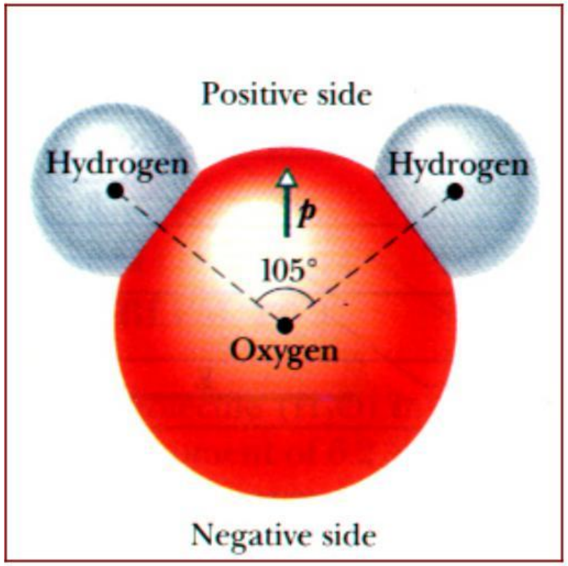
$$U(\theta) - U(\theta_0) = W = \int_{\theta_0}^{\theta} \tau\, d\theta = -pE(\cos\theta - \cos\theta_0)$$

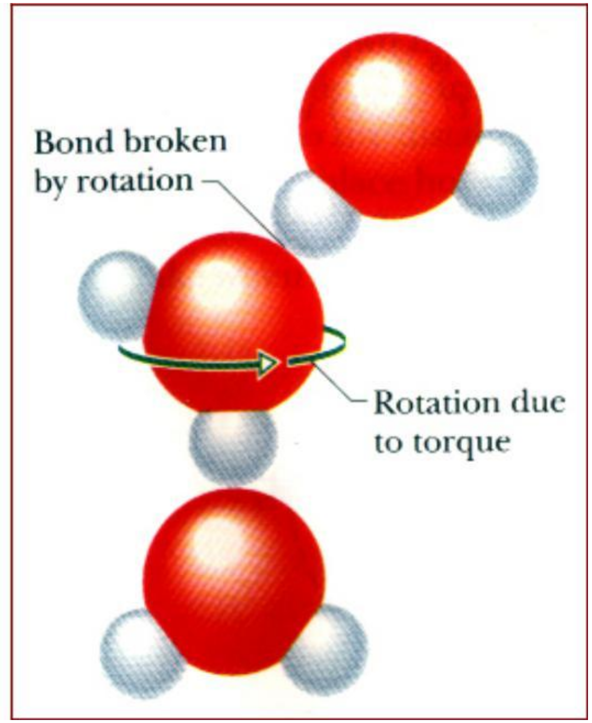
Se escolhermos $\theta_0 = \pi/2$:

$$U = -\vec{p}\cdot\vec{E}$$

Dipolo num campo elétrico

Forno de micro-ondas





Se a molécula de água não fosse polar, o forno de microondas não funcionaria para aquecer alimentos que contêm essa substância...