Aula 8
Campo Magnético

- Física III

Profa. Ana Barros

Diferenças campos magnéticos e elétricos

Campo elétrico $\vec{E}$

- Devido a cargas elétricas*
- Carga isolada
- Linhas de campo da carga + para a carga -

Campo magnético $\vec{B}$

- Devido a correntes*
- Pares de polos (norte e sul)
- Linhas de campo do norte até o sul (fechadas)

Nunca foram observados monopolos magnéticos!

Quando se quebra um imã, sempre se obtêm dois novos polos

* Obs: campos elétricos (magnéticos) também podem ser produzidos por campos magnéticos (elétricos) variáveis no tempo.

Desenvolvimento histórico

Há mais de 2000 anos (Grécia):

• Existência de um certo tipo de pedra (hoje chamada de magnetita) que atraía pedaços de ferro (limalhas)

1269 (Pierre de Maricourt):

• Descoberta que uma agulha liberada em vários pontos sobre um imã natural esférico orientava-se ao longo de linhas que passavam através de pontos nas extremidades diametralmente opostas da esfera

• Ele chamou esses pontos de polos do ímã

Em seguida:

• Verificações experimentais que todos os ímãs de qualquer formato possuíam dois polos, chamados de polos norte e sul.

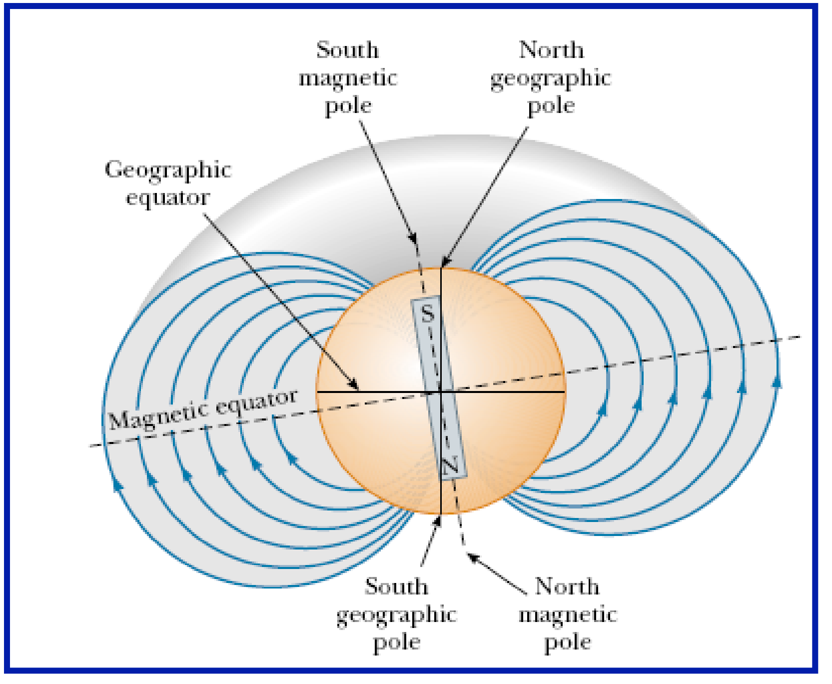
• Polos iguais de dois ímãs se repelem e polos diferentes se atraem mutuamente

Desenvolvimento histórico

1600 (William Gilbert):

• Descoberta que a Terra era um ímã natural com polos magnéticos próximos aos polos norte e sul geográficos.

• Uma vez que o polo norte de uma agulha imantada de uma bússola aponta na direção do polo sul de um ímã, o que é denominado polo norte da Terra, é na realidade, um polo sul magnético.



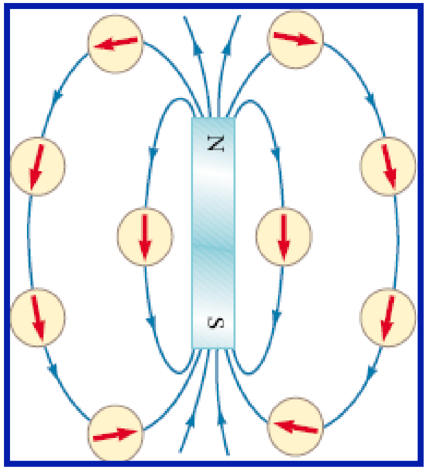
Campo magnético B

(Na verdade, $\vec{B}$ se chama vetor indução magnética)

Linhas de campo

- Não são reais
- Direção do campo tangente à linha
- Intensidade do campo ≈ densidade de linhas
- Não podem se cruzar

Como $\vec{E}$



- Formam ciclos fechados entre os polos:
  - No exterior: vão do polo norte ao polo sul
  - No material magnético: vão do sul ao norte

Unidades

- SI: Tesla (T) ➡ $\mathrm{T} \equiv \dfrac{\mathrm{Ns}}{\mathrm{Cm}} = \dfrac{\mathrm{N}}{\mathrm{A.m}}$

- Outra unidade usual (não SI): Gauss (G) ➡ 1 T = 10000 G

Força magnética

Definição do vetor indução magnética $\vec{B}$:

A existência de um campo magnético em uma dada região pode ser demonstrada com uma agulha de bússola. Esta se alinhará na direção do campo.

Por outro lado, quando uma partícula carregada com carga q e velocidade $\vec{v}$ entra em uma região onde existe um campo magnético $\vec{B}$, ela é desviada *transversalmente* de sua trajetória sob ação de uma força magnética que é proporcional à *carga da partícula, à sua velocidade, à intensidade do campo magnético e ao seno do ângulo entre a direção da velocidade da partícula e a direção do campo*.

$$\Rightarrow \quad F_B = qvB\operatorname{sen}\theta$$

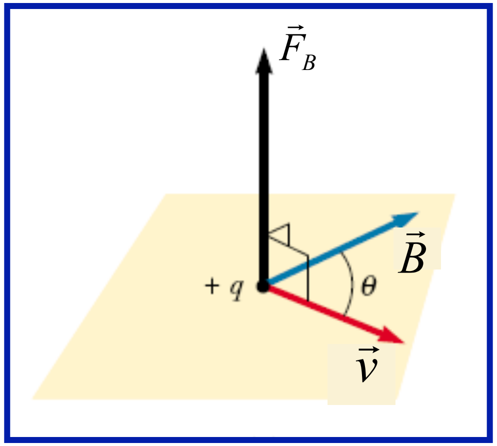
Surpreendente ainda é o fato de que esta força é perpendicular tanto à velocidade quanto ao campo magnético

Força magnética

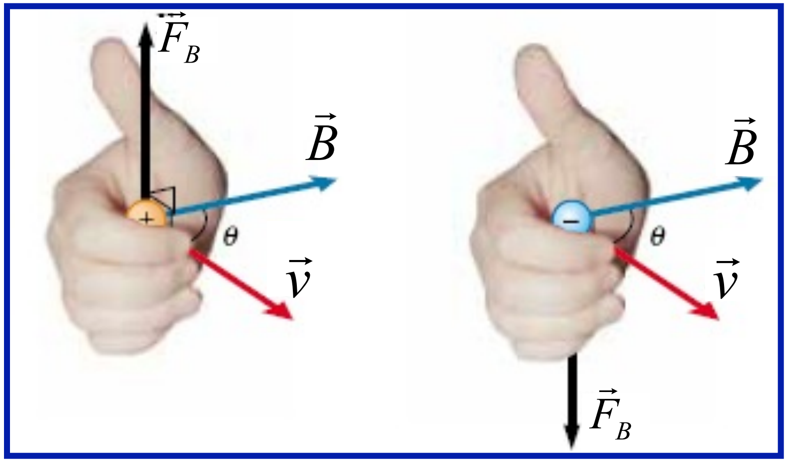
Vetorialmente: $\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$

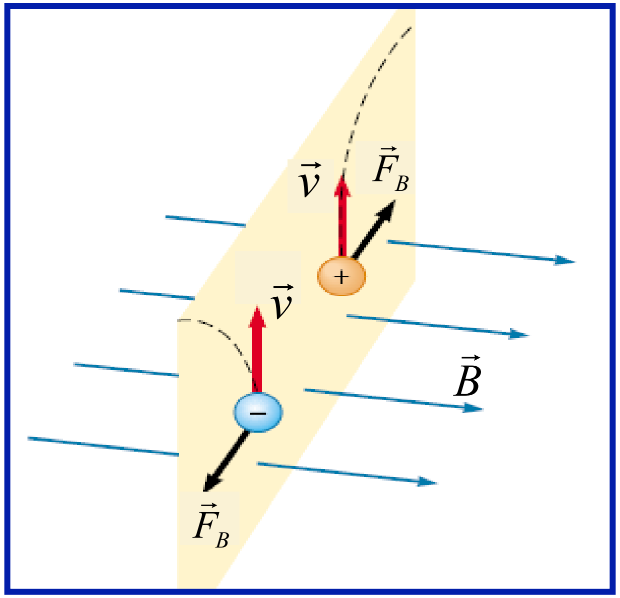
Módulo de F_B: $F_B = |q| v B \operatorname{sen}\theta$

Módulo do vetor indução magnética: $B = \dfrac{F_B}{|q|\, v \operatorname{sen}\theta}$

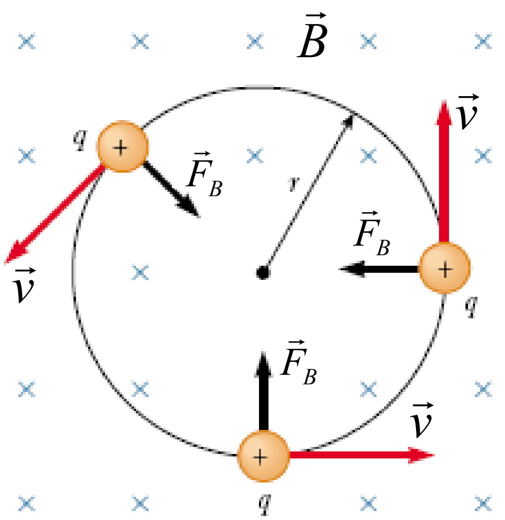


Regra da mão direita





Movimento de uma partícula carregada em um campo magnético uniforme $(\vec{v} \perp \vec{B})$

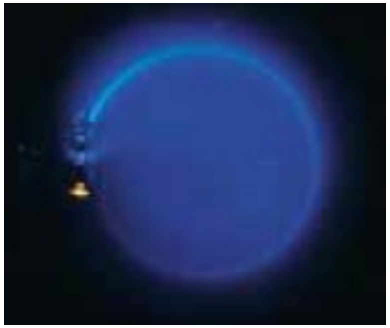


Como $\vec{F}_B \perp \vec{v} \Rightarrow |v| = \text{constante} \Rightarrow \text{MCU}$

$$F_B = m a_c \Rightarrow qvB = m\frac{v^2}{r} \quad \text{ou} \quad r = \frac{mv}{qB}$$

O período do movimento circular é o tempo para se percorrer uma volta:

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi}{v}\frac{mv}{qB} = \frac{2\pi m}{qB}$$



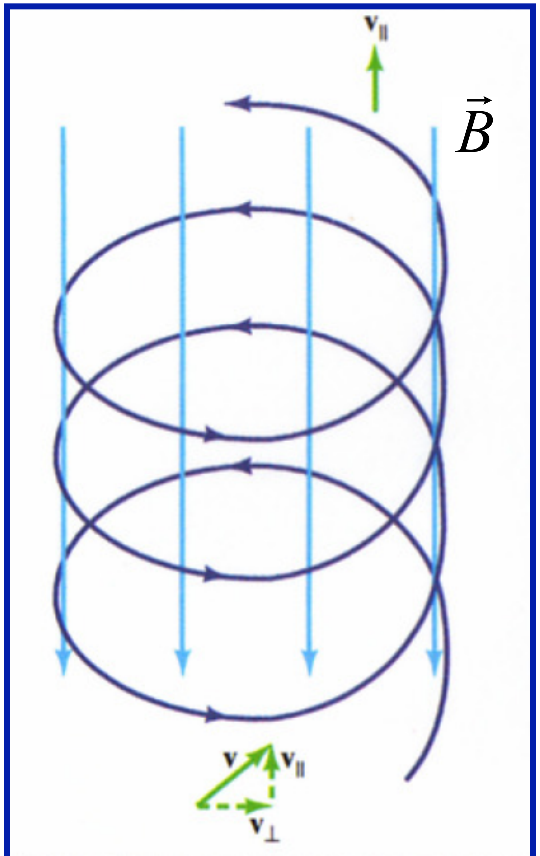
elétrons num campo magnético

Frequência de cíclotron:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{qB}{2\pi m} \Rightarrow \quad \omega = 2\pi f = \frac{qB}{m}$$

T e f são independentes de v.

Movimento de uma partícula carregada em um campo magnético uniforme $\left(\vec{v} \cancel{\perp} \vec{B}\right)$



Velocidade: $\vec{v} = \vec{v}_{\parallel} + \vec{v}_{\perp}$ (em relação a $\vec{B}$)

$\vec{v}_{\perp}$ ➡ Movimento circular

$\vec{v}_{\parallel}$ ➡ Constante (força magnética nula)

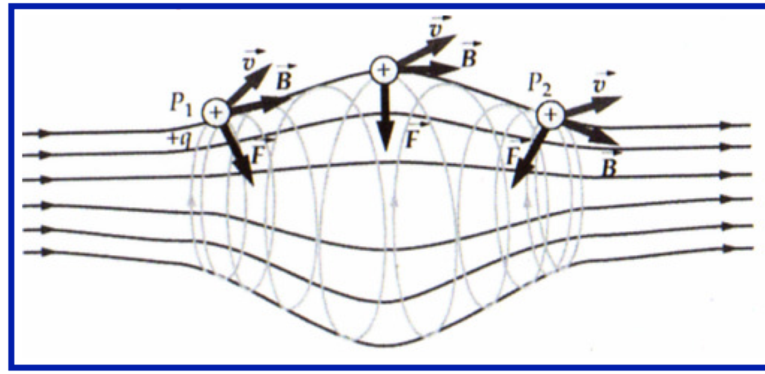
Resultado: Trajetória *helicoidal* da partícula

Passo: $d = v_{\parallel} T = v_{\parallel} \dfrac{2\pi m}{|q| B}$

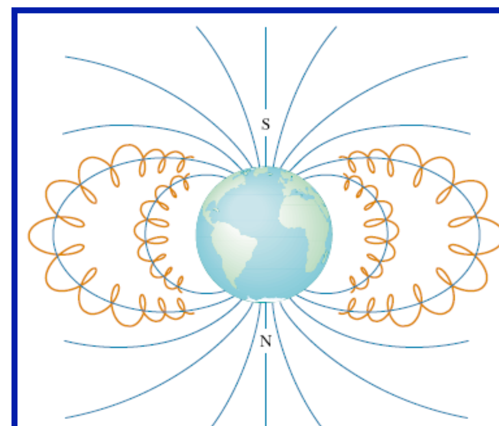
Movimento de uma partícula carregada em um campo magnético não uniforme

Garrafa Magnética:

Quando uma partícula carregada se move em espiral em um campo magnético não uniforme, que é mais forte em ambas as extremidades e mais fraco no meio, ela fica aprisionada e se desloca para frente e para trás em uma trajetória espiral em torno das linhas de campo.



Desta maneira, elétrons e prótons ficam aprisionados pelo campo magnético terrestre não-uniforme, formando *os cinturões de radiação de Van Allen.*



Cinturões de radiação de Van Allen

Combinação de campos elétrico e magnético

Que força age sobre uma carga que está numa região onde existem um campo elétrico e uma campo magnético?

⇒ Força total = soma das forças elétrica e magnética

Força de Lorentz: $$\vec{F} = q\vec{E} + q\,\vec{v} \times \vec{B}$$

Aplicações ⇒

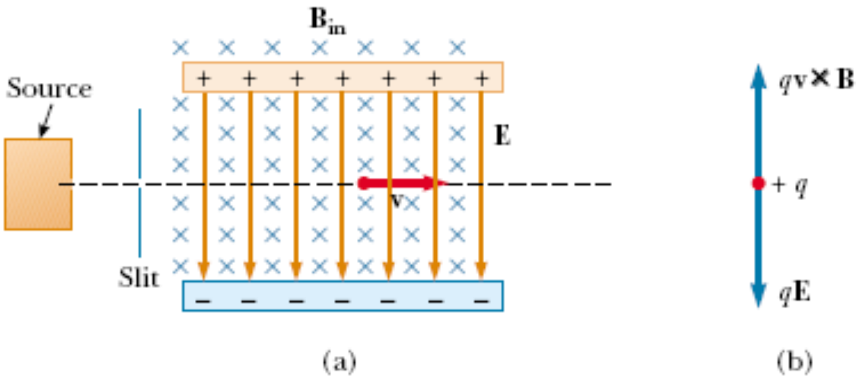
- Filtro de velocidades
- Espectrômetro de massa
- Efeito Hall

Combinação de campos elétrico e magnético

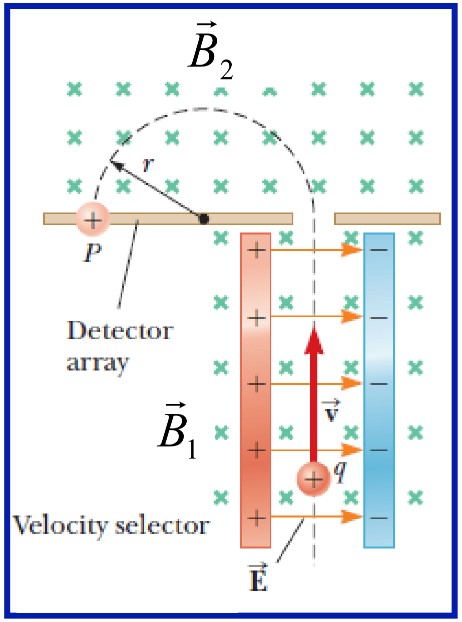
Filtro de velocidades

- Região do espaço com $\vec{B} \perp \vec{E}$
- Equilíbrio entre as duas forças (a
- partícula não sofre desvio) se:

$$qE = qvB$$



Velocidade das partículas saindo $\Rightarrow$ $v = \dfrac{E}{B}$



Espectrômetro de massa

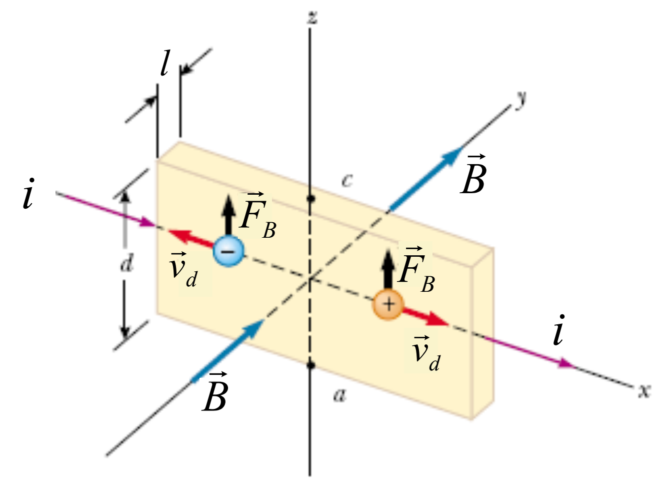
- Filtro de velocidades (E, B_1) seguido de apenas um campo magnético B_2
- Separa as partículas carregadas seguindo $m/|q|$

$$\Rightarrow \quad \frac{m}{|q|} = \frac{B_1 B_2}{E} r \qquad \text{(separação de isótopos)}$$

Efeito Hall

Um condutor achatado conduz uma corrente na direção x e um campo magnético é aplicado na direção y. A corrente pode ser devida tanto a portadores positivos movendo-se para direita como portadores negativos movendo-se para a esquerda.

Medindo-se a *ddp* de Hall (V_H) entre os pontos a e c, pode-se determinar o sinal e a densidade volumétrica (n) dos portadores.

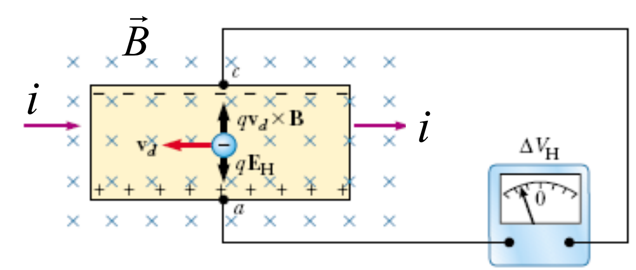


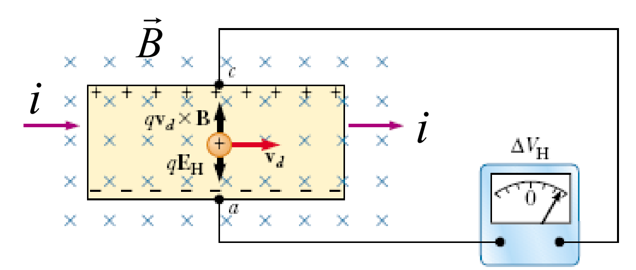
$$F_B = qv_d B = qE_H \Rightarrow E_H = v_d B$$

$$v_d = \frac{E_H}{B} = \frac{J}{nq} = \frac{i}{nqA} \Rightarrow$$

$$n = \frac{iB}{E_H qA} = \frac{iB}{E_H qld} = \frac{iB}{V_H ql}$$

A = ld , onde l é a espessura do condutor.





Exemplo 1

Por uma placa de prata com espessura de 1 mm passa uma corrente de 2,5 A em uma região na qual existe campo magnético uniforme de módulo 1,25 T perpendicular à placa. A tensão Hall é medida como 0,334 μV. Calcule:

a) a densidade de portadores;

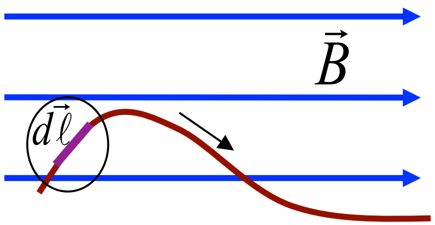
b) compare a resposta anterior com a densidade de portadores na prata, que possui uma massa específica ρ = 10,5 g/cm^3 e massa molar M = 107,9 g/mol.

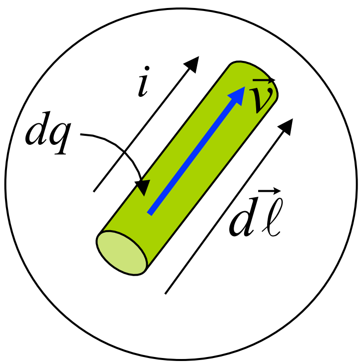
Solução: a) $$n=\frac{iB}{qV_H l}=\frac{(2{,}5\text{A})(1{,}25\text{T})}{(1{,}6\times10^{-19}\,\text{C})(3{,}34\times10^{-7}\,\text{V})(0{,}001\text{m})}=5{,}85\times10^{28}\,\text{elétrons/m}^3$$

b) $$n_a=\rho\frac{N_A}{M}=(10{,}5\text{g/cm}^3)\frac{6{,}02\times10^{23}\,\text{átomos/mol}}{107{,}9\,\text{g/mol}}=5{,}86\times10^{28}\,\text{átomos/m}^3$$

Esses resultados indicam que o número de portadores de carga na prata é muito próximo de um por átomo.

Força magnética sobre um fio com corrente





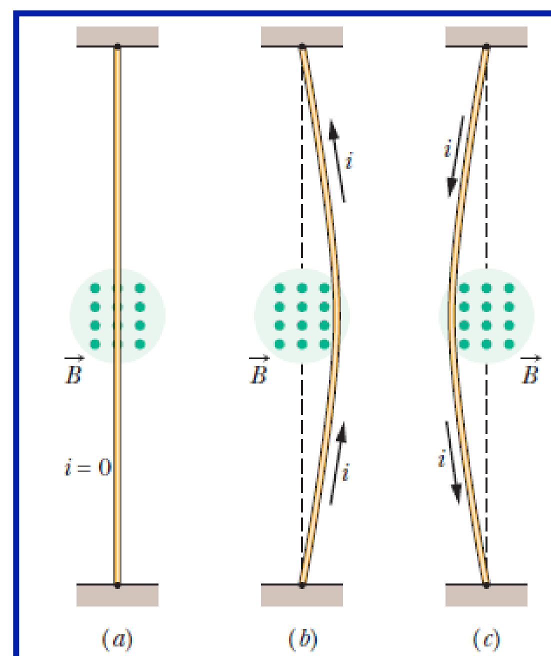
Corrente = fluxo de cargas, então:

$$d\vec{F} = dq\vec{v}\times\vec{B} = idt\left(\frac{d\vec{l}}{dt}\times\vec{B}\right) \Rightarrow d\vec{F} = id\vec{l}\times\vec{B}$$

A força infinitesimal pode ser escrita como: $dF = i\,dl\,B\,\text{sen}\,\theta$
onde θ é o ângulo entre a direção do segmento do fio $\vec{l}$ (direção da corrente) e a direção do campo magnético $\vec{B}$

A força sobre o fio é:

$$\vec{F} = \int_{fio} d\vec{F} = \int_{fio} id\vec{l}\times\vec{B}$$



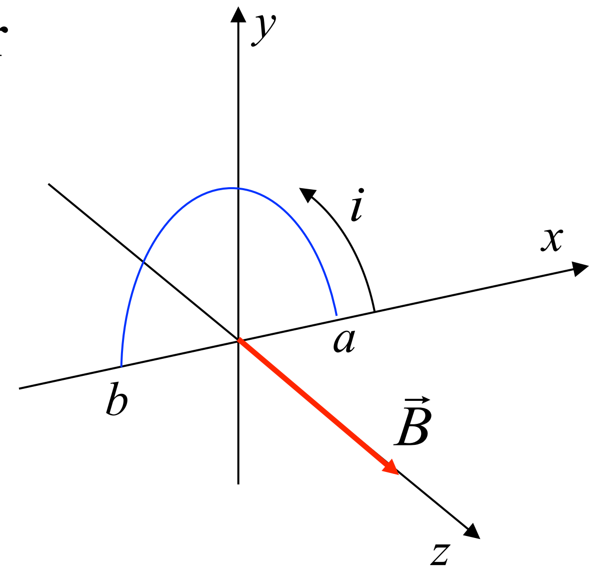
Para fios finitos e $\vec{B}$ uniforme: $\vec{F} = i\,\vec{L}\times\vec{B}$

Num caminho fechado:

$$\vec{F} = \oint id\vec{l}\times\vec{B} \quad \text{e se } \vec{B} \text{ é uniforme } \Rightarrow \vec{F} = \vec{0}$$

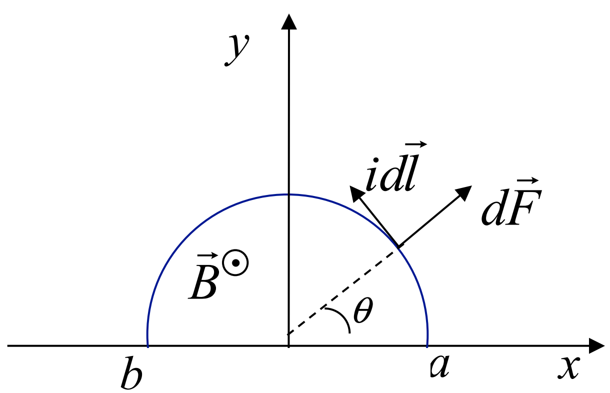
Exemplo 2

Um fio curvo na forma de uma espira semicircular de raio R está em repouso no plano xy. Por ele passa uma corrente i de um ponto a até um ponto b, como mostra figura. Existe um campo magnético uniforme $\vec{B}=B\hat{k}$, perpendicular ao plano da espira. Encontre a força que atua sobre a parte do fio na forma de espira semicircular.



$$d\vec{F}=id\vec{l}\times\vec{B}$$

As componentes de $d\vec{F}$ paralelas ao eixo x cancelam-se. Então:

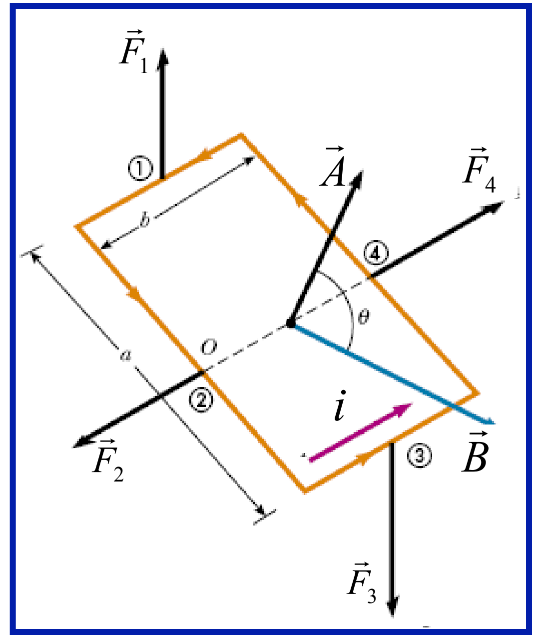


$$F=F_y=\int_0^{\pi} i\,dl\,B\,\mathrm{sen}\,\theta=\int_0^{\pi} iBR\,\mathrm{sen}\,\theta\,d\theta=2iBR$$

Vetorialmente: $\vec{F} = 2iBR\,\hat{y}$

Torque em espira com corrente

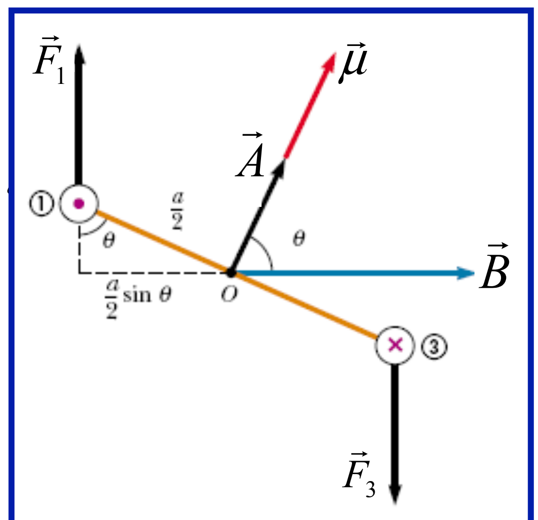
- Uma espira transportando uma corrente em um campo magnético uniforme sofre a ação de um torque que tende a girá-la.
- As forças $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_3$ formam um binário, de tal modo que o *torque é o mesmo em torno de qualquer ponto*.



Temos:

$$\vec{F}_2 = -\vec{F}_4 \text{ (e têm mesma linha de ação)}$$

$$F_1 = F_3 = ibB$$



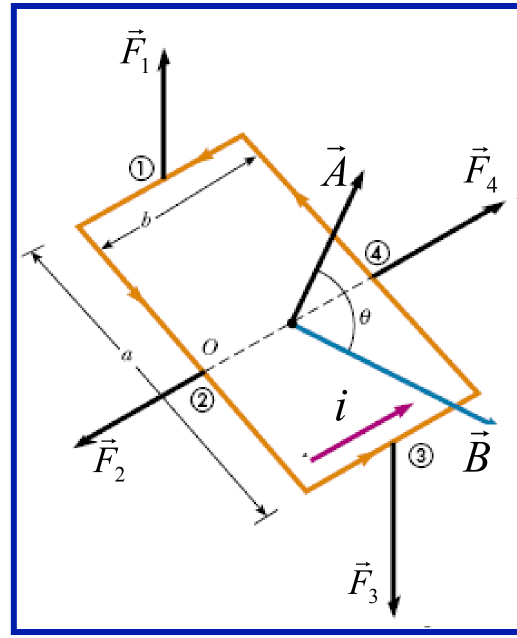
➡ A força líquida sobre a espira é nula

Torque em espira com corrente

Torque em relação ao ponto O

$$\tau = 2F_1 \frac{a}{2} \operatorname{sen}\theta$$
$$= iaBb \operatorname{sen}\theta$$
$$= NiAB \operatorname{sen}\theta$$

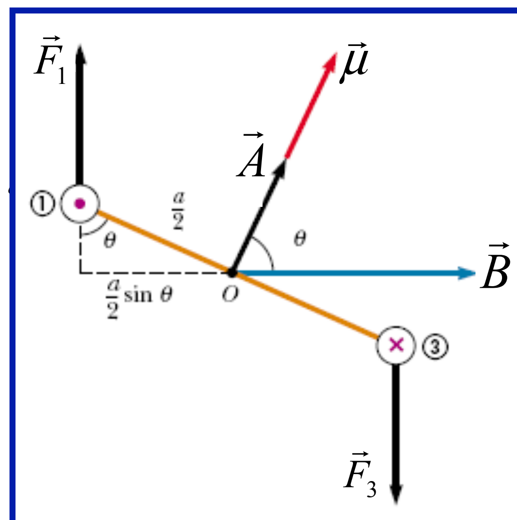
$$\begin{cases} A = ab \\ N \ \text{voltas} \end{cases}$$



Momento de dipolo magnético da espira

$$\Rightarrow \quad \vec{\mu} = NiA\hat{n}$$

$$\Rightarrow \quad \vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$



Energia potencial de um dipolo magnético em um campo magnético

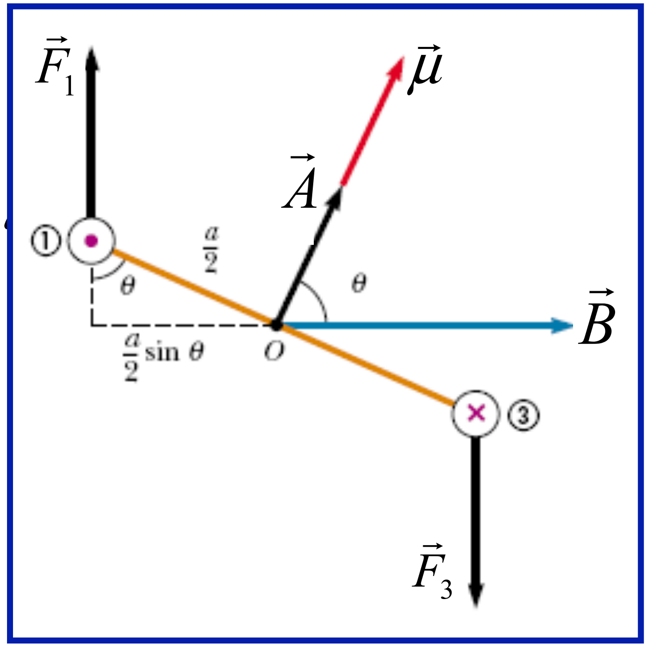
Quando um dipolo magnético gira de um ângulo $d\theta$ a partir de uma dada orientação num campo magnético, um trabalho dW é realizado sobre o dipolo pelo campo magnético:

$$dW = -\tau \, d\theta = -\mu \, B \, sen\theta \, d\theta$$

$$dU = -dW = +\mu \, B \, sen\theta \, d\theta$$

$$U = -\mu B \cos\theta + U_0$$

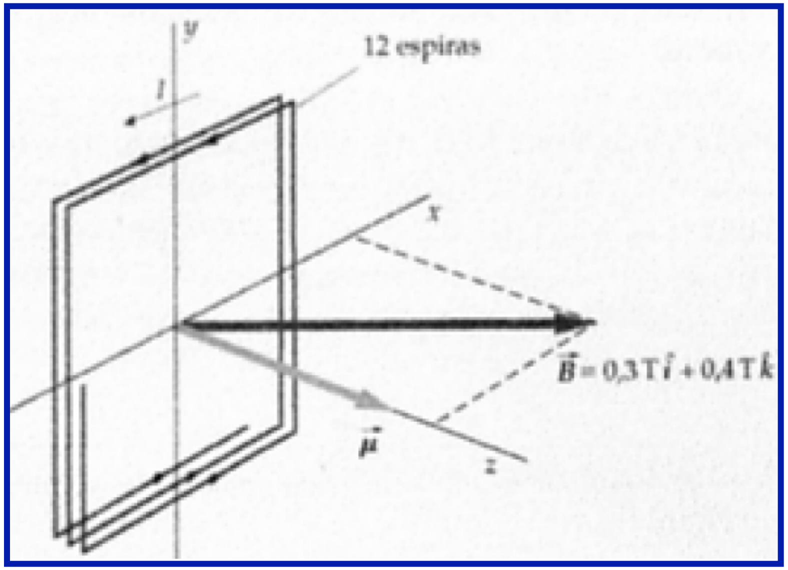
$$\theta = 90^0 \Rightarrow U_0 = 0$$



$$\Rightarrow U = -\mu B \cos\theta = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$$

Exemplo 3

Em um enrolamento quadrado de 12 voltas, de lado igual a 40 cm, passa uma corrente de 3 A. Ele repousa no plano *xy* na presença de um campo magnético uniforme $\vec{B} = 0{,}3\mathrm{T}\,\hat{i} + 0{,}4\mathrm{T}\,\hat{k}$.



Encontre:

a) O momento dipolo magnético do enrolamento;

b) O torque exercido sobre o enrolamento;

c) A energia potencial do enrolamento.

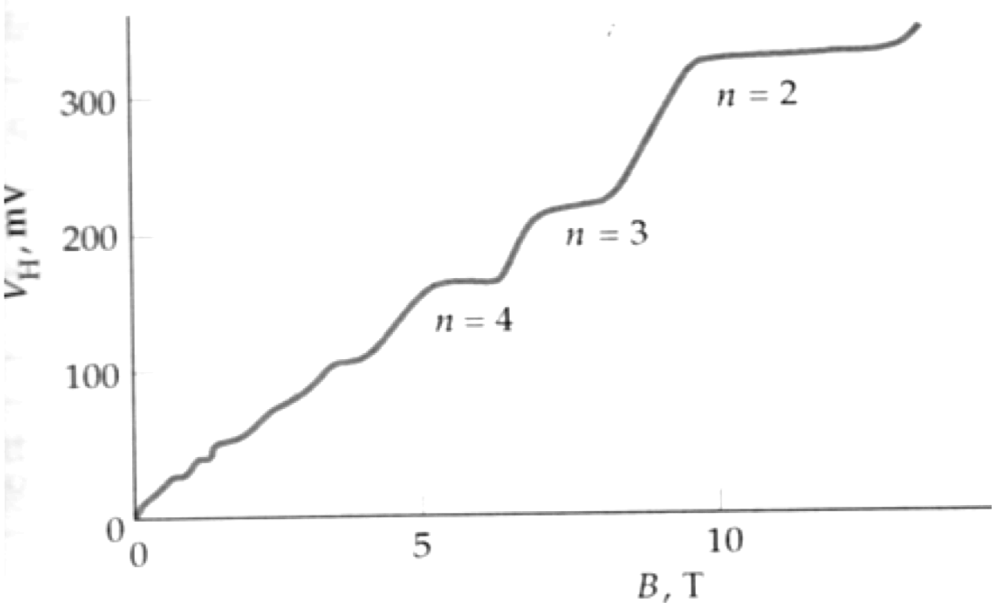
a) $\vec{\mu} = NiA\hat{k} = (12)(3\mathrm{A})(0{,}4^2\,\mathrm{m}^2)\hat{k} = 5{,}76\,\mathrm{A.m}^2\,\hat{k}$

b) $\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B} = (5{,}76\,\mathrm{A.m}^2\,\hat{k}) \times (0{,}3\mathrm{T}\,\hat{i} + 0{,}4\mathrm{T}\,\hat{k}) = 1{,}73\,\mathrm{N.m}\,\hat{j}$

c) $U = -\vec{\mu}.\vec{B} = -(5{,}76\,\mathrm{A.m}^2\hat{k}).(0{,}3\mathrm{T}\hat{i} + 0{,}4\mathrm{T}\hat{k}) = -2{,}30\mathrm{J}$

Efeito Hall quântico

O efeito Hall quântico (Prêmio Nobel de 1985) é observado em estruturas semicondutoras especiais, geralmente com altos valores de mobilidade e a baixas temperaturas. No efeito Hall clássico a variação da tensão Hall (V_H) com o campo magnético é linear, enquanto que no quântico esta variação resulta numa série de patamares como ilustra a figura abaixo.



Na teoria do efeito Hall quântico, a resistência R_H é definida como:

$$R_H = \frac{V_H}{i} = \frac{R_K}{n};\ n = 1,2,3,\ldots$$

$R_K = 25.812{,}807\Omega$ (Constante de von Klitzing)

Resumo

- Força magnética:

$$\vec{F}_B = q\vec{v}\times\vec{B} \Rightarrow \text{Sobre uma carga}$$

$$\vec{F}_B = i\vec{L}\times\vec{B} \Rightarrow \text{Sobre um fio com corrente}$$

$$\vec{F} = q(\vec{E}+\vec{v}\times\vec{B}) \Rightarrow \text{Força de Lorentz}$$

- Movimento das partículas carregadas num campo magnético uniforme

$$\left(\vec{v}\perp\vec{B}\right) \Rightarrow \text{Circular} \qquad \left(\vec{v}\cancel{\perp}\vec{B}\right) \Rightarrow \text{Helicoidal}$$

- Espira com corrente:

Torque $\Rightarrow$ $\vec{\tau} = \vec{\mu}\times\vec{B}$

Momento de dipolo $\Rightarrow$ $\vec{\mu} = NiA\hat{n}$