

# Aula 10: Indução e Indutância

Curso de Física III

Profa Ana Barros

# Indução

Aprendemos que:

Uma espira condutora percorrida por uma corrente  $i$  na presença de um campo magnético sofre ação de um torque:

espira de corrente + campo magnético  $\rightarrow$  torque

Será que...

Uma espira sem corrente ao girar no interior de uma região onde há um campo magnético  $B$ , faz aparecer uma corrente  $i$  na espira? Isto é:

torque + campo magnético  $\rightarrow$  corrente?

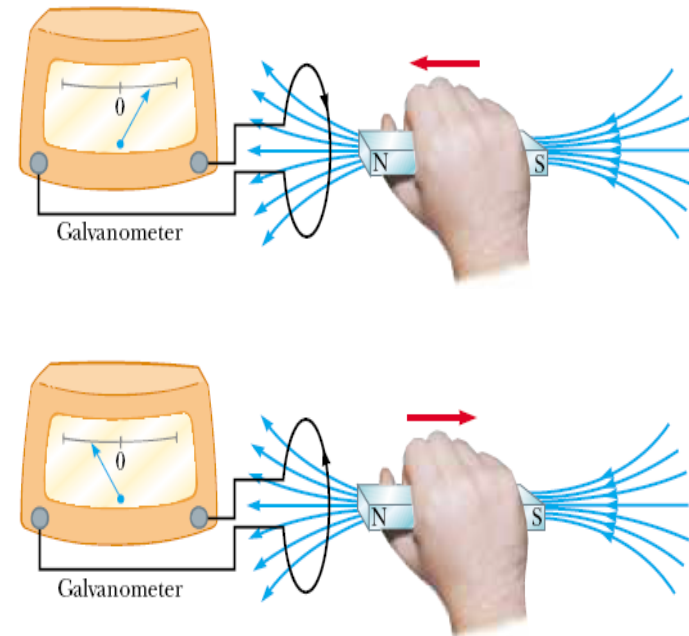
# Experimentos de Faraday

As respostas a essas questões foram dadas por Faraday. Ele observou que o *movimento relativo* de um conjunto de ímãs e circuitos metálicos fechados fazia aparecer nestes últimos *correntes transientes*.

## Primeiro experimento:

Espira conectada a um galvanômetro – não há bateria! Observa-se que:

- 1- se houver **movimento relativo** ímã-espira, aparecerá uma corrente no galvanômetro;
- 2- **quanto mais rápido** for o movimento relativo, **maior será a corrente** na espira.



corrente induzida

# Experimentos de Faraday

## Segundo experimento:

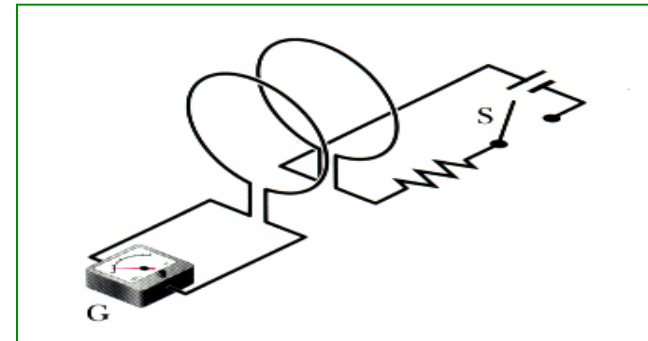
Figura ao lado: duas espiras condutoras próximas uma da outra, mas sem se tocarem.

Fechando-se  $S$  (para ligar a corrente na espira da direita) aparece um **pico momentâneo** de corrente no galvanômetro  $G$ .

Abrindo-se  $S$  (para desligar a corrente), aparece um pico momentâneo de corrente no galvanômetro, no **sentido oposto à da anterior**.

Embora não haja movimento das espiras, temos uma corrente induzida ou uma **força eletromotriz induzida (*fem*)**.

Nesta experiência, uma ***fem*** é induzida na espira somente quando o campo magnético que a atravessa estiver variando.



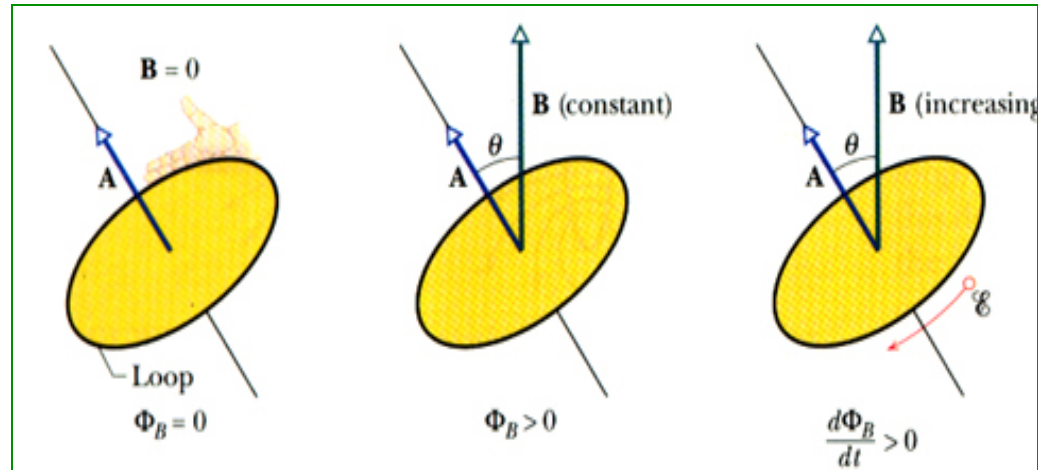
# A Lei de Faraday da Indução

Fluxo do campo magnético:

$$\phi_B = \int_S \vec{B} \cdot \hat{n} dA$$

A unidade SI para fluxo é o *weber* (Wb)

$$1 \text{ weber} = 1 \text{ Wb} = 1 \text{ T} \cdot \text{m}^2$$



A intensidade da *fem* induzida  $\mathcal{E}$  é igual à taxa de variação temporal do *fluxo do campo magnético* :

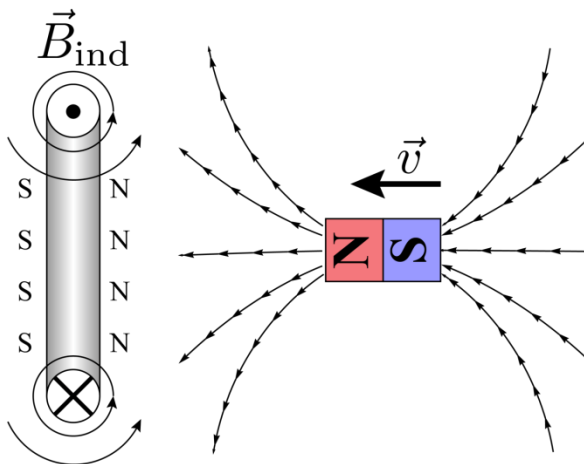
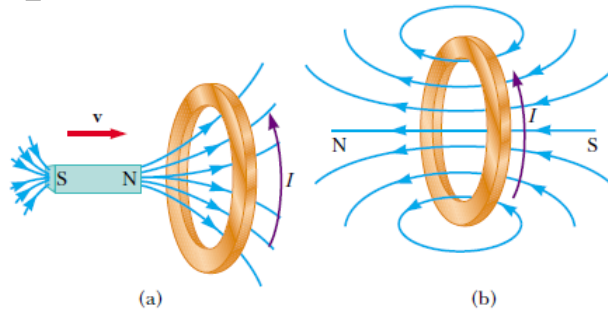
$$\mathcal{E} = -\frac{d\phi_B}{dt} \quad (\text{Lei de Faraday})$$

O *sinal negativo* indica que a *fem* deve se *opor* à *variação* do fluxo que a produziu.

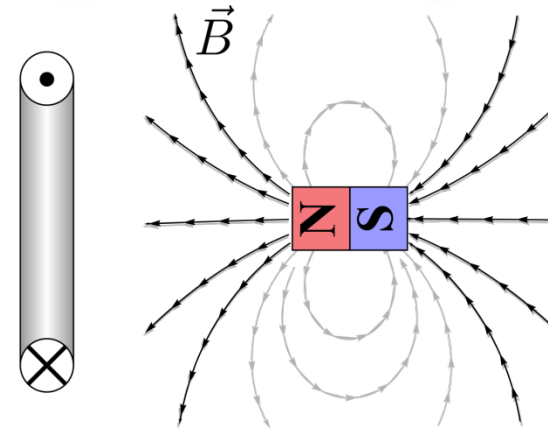
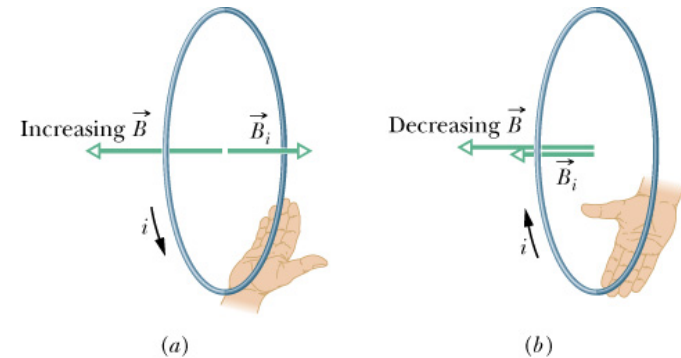
# A Lei de Lenz

*O sentido da corrente induzida é tal que o campo que ela produz se opõe à variação do fluxo magnético que a produziu.*

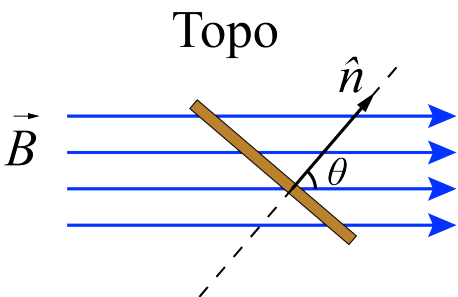
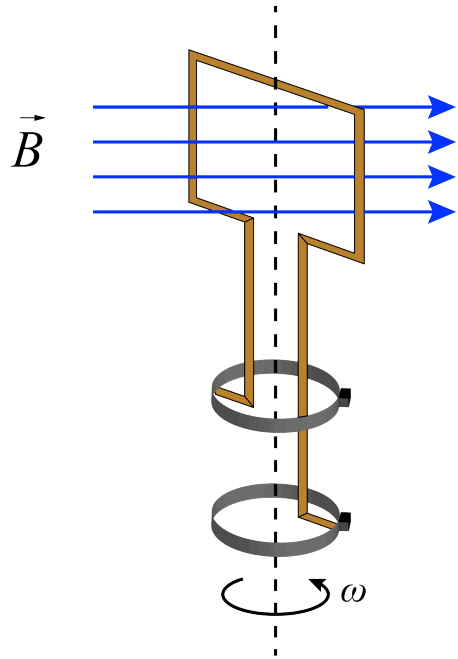
## Oposição ao movimento



## Oposição à variação do fluxo



# Indução e gerador de corrente senoidal



Espira sendo rodada numa região de campo  $\vec{B}$  com velocidade angular  $\omega$  constante.

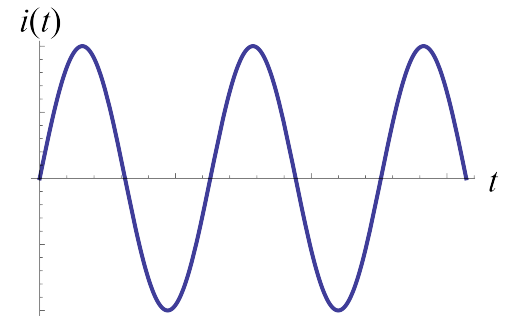
Como  $\phi_B = \phi_B(t)$ , aparece uma *fem* induzida na espira. Temos:

$$\phi_B = \int_S \vec{B} \cdot \hat{n} dA = \int_S B \cos \theta dA$$

$$\phi_B = Bab \cos \theta \quad ; \quad \theta = \theta_0 + \omega t. \quad \text{Se } \theta_0 = 0 \Rightarrow \theta = \omega t$$

$$\varepsilon = - \frac{d\phi_B}{dt} = Bab\omega \text{sen}(\omega t)$$

$$i(t) = \frac{\varepsilon(t)}{R} = \frac{Bab\omega}{R} \text{sen}(\omega t)$$



$\therefore$  uma corrente que varia senoidalmente com  $t$ .

# Indução e transferência de energia

Espira sendo deslocada para direita com velocidade constante  $\vec{v}$ .

Como o fluxo está diminuindo, aparece uma *fem* e portanto uma corrente induzida na espira.

$$\phi_B = BLx \Rightarrow \mathcal{E} = BLv \therefore$$

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{BLv}{R} \text{ (sentido horário)}$$

Forças sobre a espira:

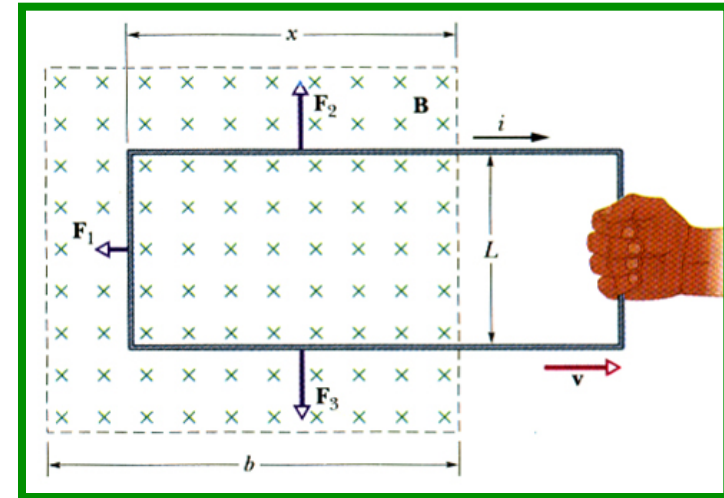
$$\vec{F}_{apl} \text{ (não mostrada)}, \vec{F}_1, \vec{F}_2 \text{ e } \vec{F}_3$$

$$v = \text{constante} \quad \longrightarrow \quad \vec{F}_{ap} + \vec{F}_1 = \vec{0} \quad \text{ou} \quad F_{ap} = F_1 = iLB = \frac{B^2 L^2 v}{R}$$

$$\text{Potência aplicada: } P_{ap} = \vec{F}_{ap} \cdot \vec{v} = F_{ap} v = \frac{B^2 L^2 v^2}{R}$$

Taxa de aparecimento de energia térmica na espira:

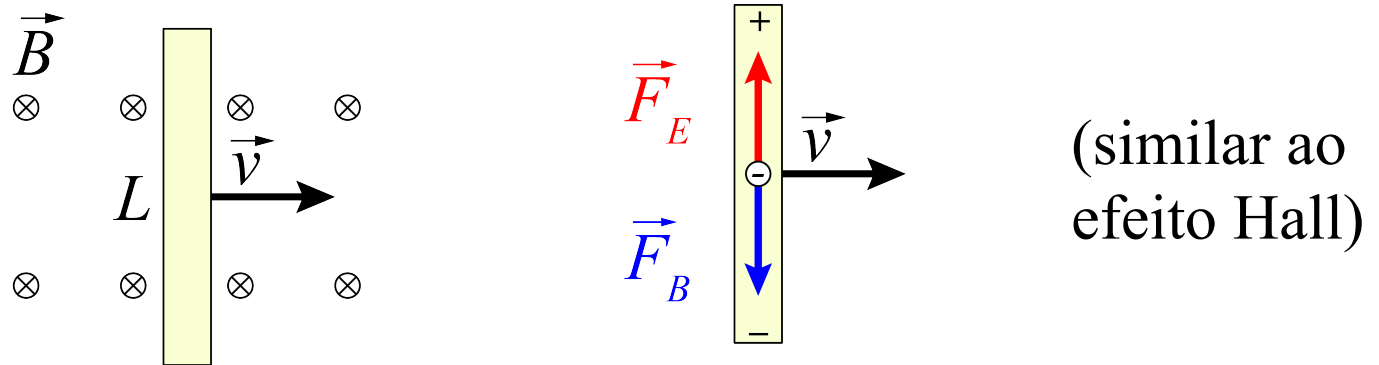
$$P = Ri^2 = \left( \frac{BLv}{R} \right)^2 R = \frac{B^2 L^2 v^2}{R} \quad \text{(igual à potência aplicada)}$$





# Força de Lorentz e *fem* induzida

Barra metálica movendo-se transversalmente numa região de campo  $\vec{B}$  com velocidade  $\vec{v}$  constante.



$$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B} \quad \text{e} \quad \vec{F}_E = q\vec{E} \quad \longrightarrow \quad \vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$$

No equilíbrio, a força elétrica é oposta à força magnética:

$$q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B} = 0 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{E} = \mathbf{vB}$$

Por outro lado, temos que:

$$\mathcal{E} = \int_{+}^{-} \vec{E} \cdot d\vec{l} = BLv$$

# Dínamo de Faraday

Como exemplo, discutiremos o dínamo de Faraday, usado para gerar uma *fem* induzida num disco metálico em rotação. A rotação produz um campo elétrico em que depende da velocidade em cada ponto do disco, ou seja:

$$q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B} = 0 \Rightarrow E(r) = \omega r B$$

Dessa forma a diferença de potencial será:

$$\varepsilon = \int_+^- \vec{E}(r) \cdot d\vec{r} = \frac{1}{2} \omega R^2 B$$

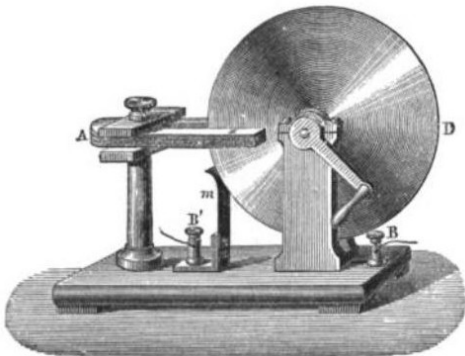
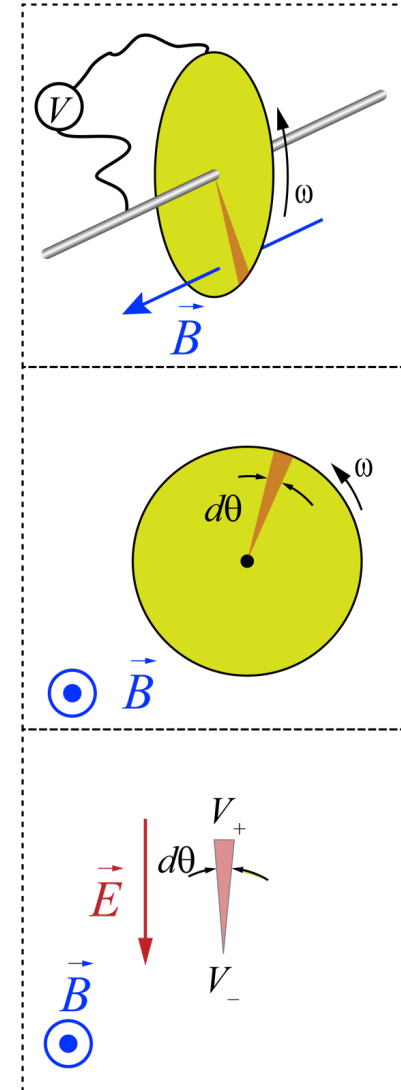


Ilustração do dínamo de Faraday



# Campos elétricos induzidos

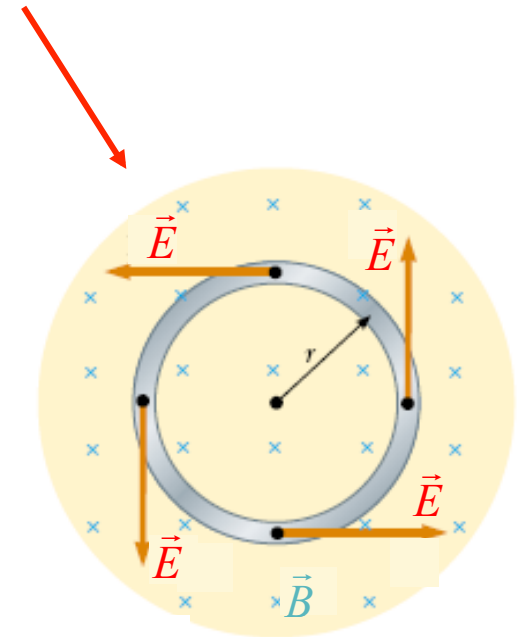
Seja um anel de cobre de raio  $r$  numa região onde há um campo magnético variável no tempo (com módulo crescendo à taxa  $dB/dt$ ).

A variação temporal de  $B$  faz aparecer uma **corrente** no anel. Portanto, aparece um **campo elétrico induzido** no anel.

Pode-se então dizer que: *um campo magnético variável com o tempo produz um campo elétrico (Lei de Faraday reformulada).*

$$\frac{\partial B}{\partial t} \Rightarrow E$$

As linhas do campo elétrico induzido são tangentes ao anel, formando um conjunto de circunferências concêntricas.



# Campos elétricos induzidos

Trabalho sobre uma partícula com carga  $q_0$ , movendo-se ao redor de uma circunferência de raio  $r$ :

$$\Delta W = \oint \vec{F} \cdot d\vec{l} = q_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad (\text{ou: } \Delta W = q_0 E \cdot 2\pi r)$$

Mas, também:

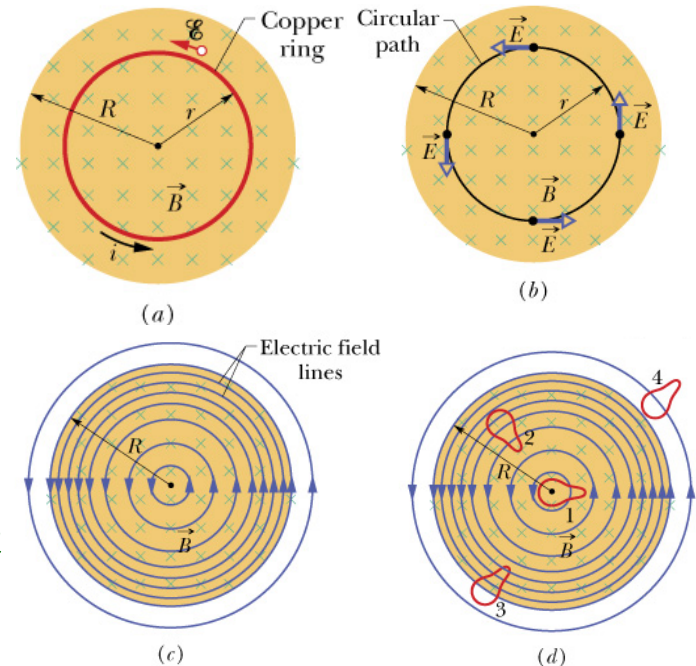
$$\Delta W = q_0 \mathcal{E} \quad (\mathcal{E} = \text{fem induzida})$$

Então:  $\mathcal{E} = \oint \vec{E} \cdot d\vec{l}$

Ou:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\phi_B}{dt} \quad (\text{Lei de Faraday})$$

➡ *Note que não se pode associar um potencial elétrico ao campo elétrico  $\vec{E}$  induzido!*



# Exemplo 1:

Para a figura do slide anterior, adotar  $dB/dt = 0,13 \text{ T/s}$  e  $R = 8,5 \text{ cm}$ . Determinar as expressões da intensidade do campo elétrico induzido para  $r < R$  e  $r > R$ . Obtenha os valores numéricos para  $r = 5,2 \text{ cm}$  e  $r = 12,5 \text{ cm}$ .

a)  $r < R$ :

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\phi_B}{dt} \Rightarrow E(2\pi r) = (\pi r^2) \frac{dB}{dt} \Rightarrow E = \frac{r}{2} \frac{dB}{dt}$$

Para  $r = 5,2 \text{ cm}$ : 
$$E = \frac{5,2 \times 10^{-2} \text{ m}}{2} (0,13 \text{ T/s}) = 3,4 \text{ mV/m}$$

b)  $r > R$ :

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\phi_B}{dt} \Rightarrow E(2\pi r) = \pi R^2 \frac{dB}{dt} \Rightarrow E = \frac{R^2}{2r} \frac{dB}{dt}$$

Para  $r = 12,5 \text{ cm}$ :

$$E = \frac{(8,5 \times 10^{-2} \text{ m})^2}{2 \times 12,5 \times 10^{-2} \text{ m}} (0,13 \text{ T/s}) = 3,8 \text{ mV/m}$$

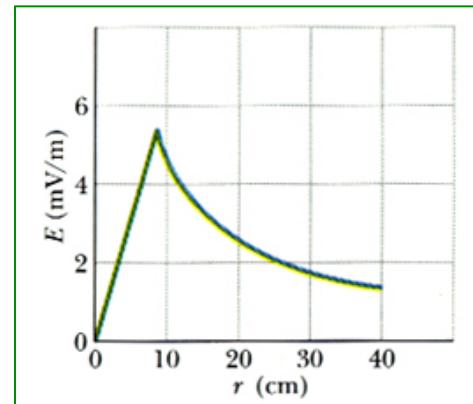


Gráfico de  $E(r)$

# Freio Magnético

Um magneto em queda livre dentro de um tubo atinge uma velocidade terminal devido ao campo induzido por uma corrente nas paredes do tubo.

Uma dada secção transversal do tubo pode ser vista como uma pequena espira. Durante a queda do magneto duas situações se apresentam:

a) magneto se aproxima da “espira”

b) magneto se afasta da “espira”

Em ambos os casos a Lei de Faraday e a Lei de Lenz nos ensinam que aparecerá uma força magnética induzida no magneto apontando para cima.



Freio magnético

