F-328 – Física Geral III

Aula exploratória-05

UNICAMP – IFGW

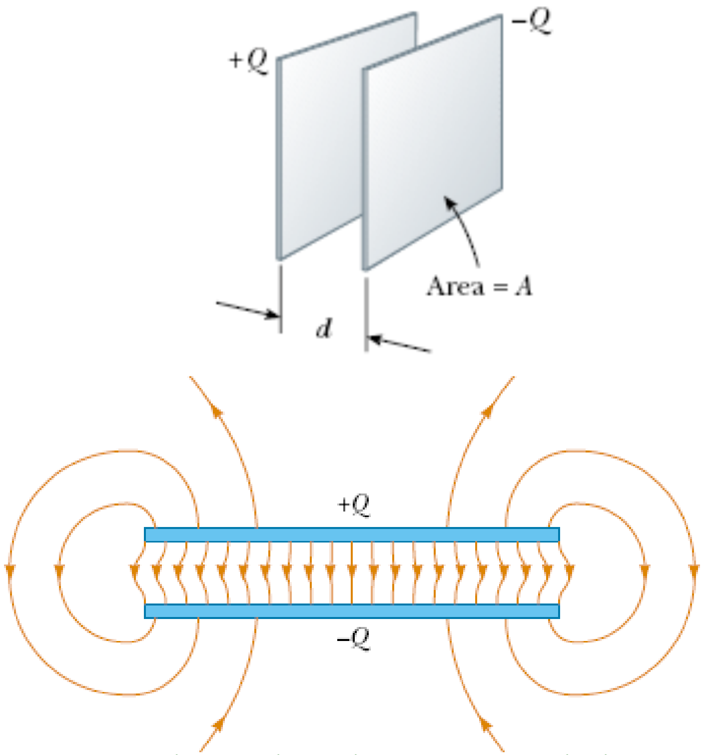
username@ifi.unicamp.br

F328 – 1S2014

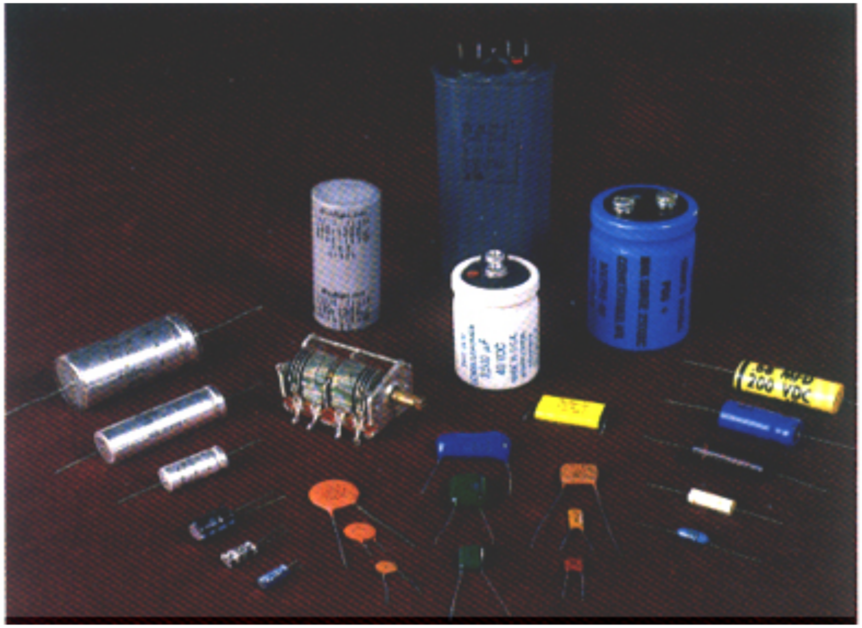
Capacitância

Capacitores

O capacitor mais convencional é o de *placas paralelas* . Em geral, dá-se o nome de *placas do capacitor* (*ou armaduras*) aos condutores que o compõem, independentemente das suas formas.



Capacitor de placas paralelas



Outros capacitores

Associação de capacitores em paralelo

$$q_1 = C_1 V, \quad q_2 = C_2 V \quad \text{e} \quad q_3 = C_3 V$$

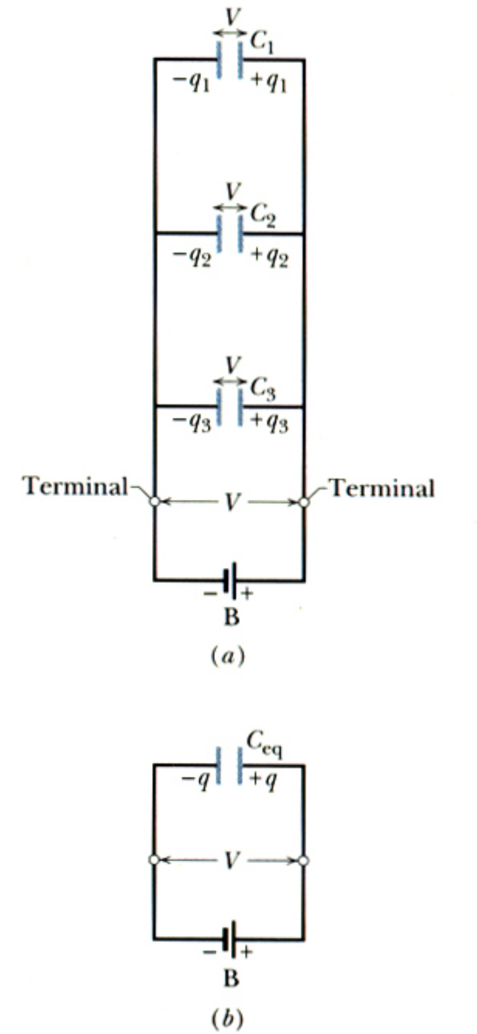
$$q = q_1 + q_2 + q_3 \ \Rightarrow \ q = (C_1 + C_2 + C_3)V$$

Como $\qquad q = C_{eq} V$

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3$$

ou

$$C_{eq} = \sum_i C_i$$



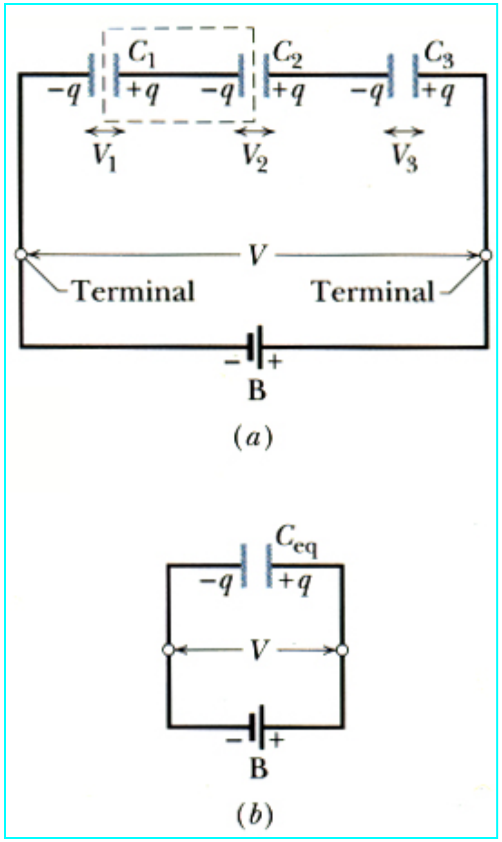
Associação de capacitores em série

$$q = C_1 V_1, \quad q = C_2 V_2 \quad \text{e} \quad q = C_3 V_3$$

$$V = V_1 + V_2 + V_3 = q\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}\right)$$

Como $V = \dfrac{q}{C_{eq}}$:

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \quad \text{ou} \quad \frac{1}{C_{eq}} = \sum_i \frac{1}{C_i}$$



Capacitores com dielétricos

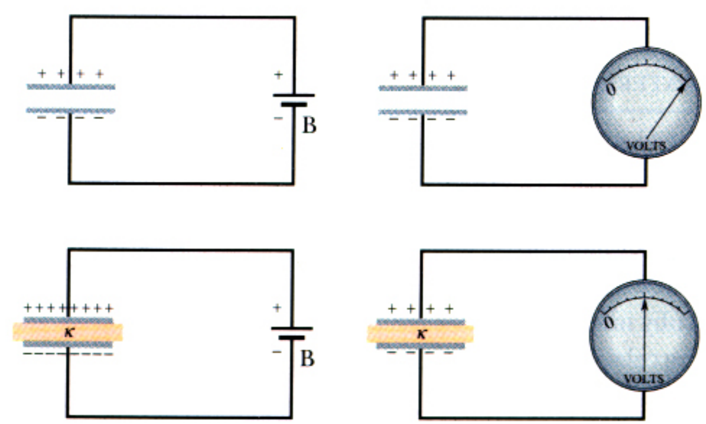
Ao colocarmos um material dielétrico entre as placas de um capacitor, se V é mantido constante, a carga das placas *aumenta*; se Q é mantida constante, V *diminui*. Como $Q = CV$, ambas as situações são compatíveis com o fato de que o dielétrico entre as placas do capacitor faz a sua capacitância aumentar.

Vimos: $C_0 = \varepsilon_0 \mathcal{L}$, onde $\mathcal{L}$ é um fator que depende apenas da geometria e tem dimensão de comprimento.

Então, na presença de um dielétrico preenchendo totalmente o capacitor:

$$C_d = \kappa \varepsilon_0 \mathcal{L} = \kappa C_0 \,, \quad \text{onde} \quad \kappa > 1$$

No vácuo, $\kappa = 1$



V = a constant (a)

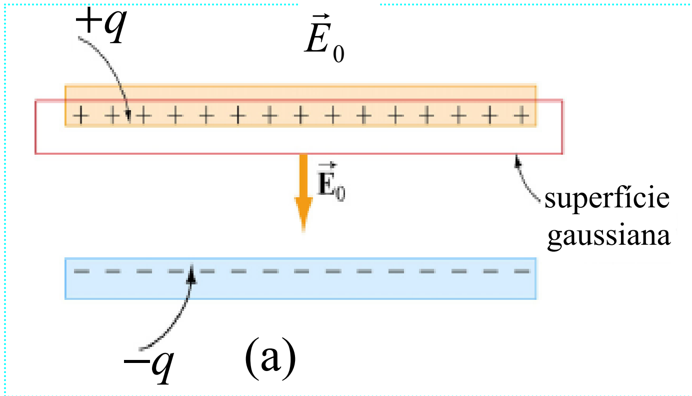
q = a constant (b)

Lei de Gauss com dielétricos

(a): $\oint_S \vec{E}_0(\vec{r})\cdot\hat{n}dA = \dfrac{q}{\varepsilon_0} \Rightarrow E_0 = \dfrac{q}{\varepsilon_0 A}$

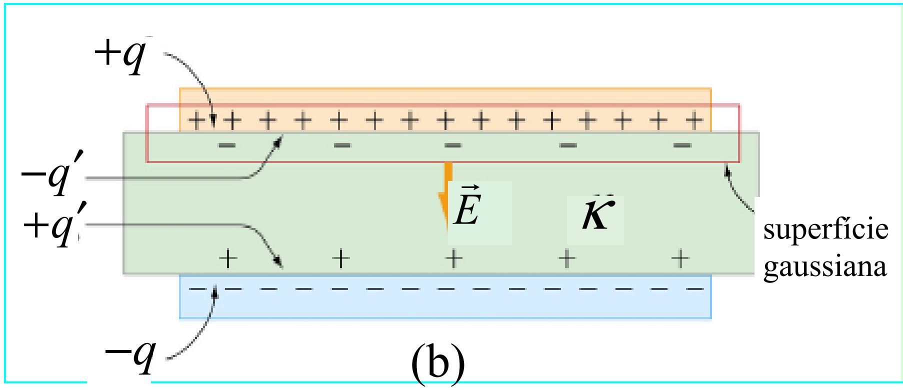
(b): $\oint_S \vec{E}(\vec{r})\cdot\hat{n}dA = \dfrac{q-q'}{\varepsilon_0} \Rightarrow E = \dfrac{q-q'}{\varepsilon_0 A}$

$$E = \frac{E_0}{\kappa} = \frac{q}{\kappa\varepsilon_0 A} = \frac{q-q'}{\varepsilon_0 A} \therefore\ q-q' = \frac{q}{\kappa}$$



Em (b): $\oint_S \vec{E}(\vec{r})\cdot\hat{n}dA = \dfrac{q}{\kappa\varepsilon_0}$

Ou: $\oint_A \vec{D}(\vec{r})\cdot\hat{n}dA = q$,



onde $\vec{D}(\vec{r}) \equiv \kappa\varepsilon_0\vec{E}(\vec{r})$ é o vetor de deslocamento elétrico.

Então, na lei de Gauss expressa com o vetor $\vec{D}$, aparecem apenas as *cargas livres* (das placas).

Exercício 01

Duas esferas condutoras isoladas de raios idênticos R possuem cargas $+Q$ e $-Q$, respectivamente. Se elas forem separadas de uma distância grande comparativamente a seus raios, qual será a capacitância desse capacitor pouco usual?

Resp:

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_0 R}{\left(1 - \dfrac{R}{d}\right)}$$

$$\therefore\ C \approx 2\pi\varepsilon_0 R \quad ;\ \text{para}\ \ d >> R.$$

Exercício 02

Um capacitor de capacitância C_1=4,0 μF é ligado em série com um capacitor de capacitância C_2= 6,0 μF através de uma diferença de potencial de 100 V.

a) calcule a carga e a *ddp* de cada capacitor;

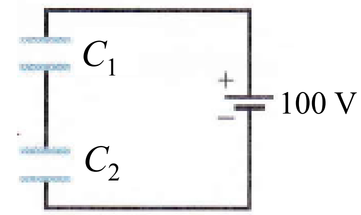
b) os capacitores são desligados da fonte e desligados um do outro e em seguida são novamente conectados através das placas que possuem cargas de mesmo sinal. Calcule a carga final e a *ddp* através de cada capacitor.

c) Calcule a variação da energia entre as situações a) e b);

a) em série:

$$C_{eq} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = 2{,}4\,\mu\text{F} \Rightarrow q = C_{eq}\text{V} = 240\,\mu\text{C}$$

$$q_1 = q_2 = 240\,\mu\text{C} \quad \Rightarrow V_1 = \frac{q_1}{C_1} = 60\text{V}\ ; \quad V_2 = \frac{q_2}{C_2} = 40\text{V}$$

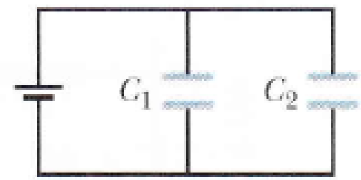


a) em paralelo:

$$q_1' + q_2' = q_1 + q_2 = 480\,\mu\text{C}$$

$$(C_1 + C_2)V' = 480\,\mu\text{C} \quad \Rightarrow \quad V' = 48\text{ V}$$

$$q_1' = C_1 V' = 192\ \mu C \quad ; \quad q_2' = C_2 V' = 288\ \mu C$$



Exercício 03

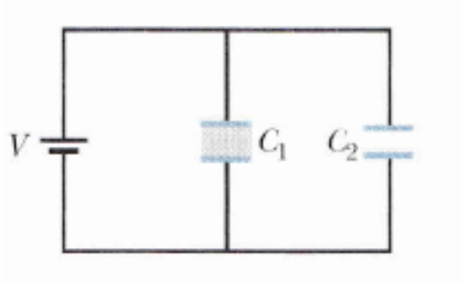
Na figura, os capacitores de placas paralelas de capacitâncias C_1 e C_2 são ligados em paralelo a uma bateria de 12 V. O dielétrico de um dos capacitores é o ar; o do outro, um material de constante dielétrica κ = 3. Para ambos, a área das placas é $5{,}0\times10^{-3}$ m^2 e a distância entre as placas é 2,0 mm. Determine:

a) o campo elétrico no espaço entre as placas de cada capacitor;

b) a carga armazenada em cada um;

c) a energia acumulada em cada um.

a) $V=\int_{+}^{-}\vec{E}\cdot d\vec{l} \Rightarrow E_1=E_2=\dfrac{V}{d}=6{,}0\times10^{3}\,\text{V/m}$



b) $\oint_A \kappa\varepsilon_0\vec{E}\cdot\hat{n}dA=q \quad\Rightarrow \begin{cases} q_1=\kappa\varepsilon_0 E_1 A=8{,}0\times10^{-10}\,\text{C} \\ q_2=\varepsilon_0 E_2 A=2{,}65\times10^{-10}\,\text{C}\end{cases}$

$$C_1=\frac{\kappa\varepsilon_0 A}{d}=6{,}6\times10^{-11}\,\text{F} \;;\quad C_2=\frac{\varepsilon_0 A}{d}=2{,}2\times10^{-11}\,\text{F}$$

c) $U_1=\frac{1}{2}C_1V^2\cong 4{,}75\text{ nJ} \quad ; \quad U_2=\frac{1}{2}C_2V^2\cong 1{,}58\text{ nJ}$

Exercício 04

Um capacitor cilíndrico muito longo de comprimento L é constituído de duas cascas cilíndricas de raios r_a e r_b ($r_a < r_b$), carregadas com cargas $+Q$ e $-Q$, respectivamente. O espaço entre as cascas é preenchido com um dielétrico de constante dielétrica κ. Calcule a energia potencial elétrica armazenada neste capacitor:

a) usando a capacitância C (a ser encontrada);

b) integrando-se a densidade de energia do campo elétrico.

a) $$C = \frac{Q}{V} = \kappa \frac{2\pi \varepsilon_0 L}{\ln(r_b/r_a)} \quad \Rightarrow \quad U = \frac{1}{2} C V^2 = \frac{q^2}{4\pi \varepsilon_0 \kappa L} \ln(r_b/r_a)$$

b) $$U = \int_V u\,dV = \int_V \frac{1}{2} \varepsilon E^2 dV = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \kappa \int_{r_a}^{r_b} \frac{q^2}{(2\pi \varepsilon_0 \kappa L r)^2} 2\pi L r\,dr \quad \Rightarrow \quad U = \frac{q^2}{4\pi \varepsilon_0 \kappa L} \ln(r_b/r_a)$$

Exercício Extra (Lista)

Um capacitor isolado eletricamente com carga Q é parcialmente preenchido com uma substância dielétrica, conforme mostrado na figura abaixo. O capacitor consiste de duas placas retangulares de comprimento a, largura b e distância de separação d. A distância na qual o dielétrico é inserido é x.

a) Qual é a energia armazenada no capacitor?

b) Uma vez que a energia do capacitor diminui quando x aumenta, o campo elétrico deve realizar um trabalho positivo sobre o dielétrico, o que significa que existe uma força elétrica puxando-o para dentro. Calcule a força examinando como a energia armazenada varia com x.

c) Expresse a força em função da capacitância e da *ddp* entre as placas.

d) De onde vem essa força?