F-328 – Física Geral III

Aula Exploratória – Cap. 26
UNICAMP – IFGW

Corrente elétrica e resistência

Definição de corrente:

$$i = \frac{dq}{dt}$$

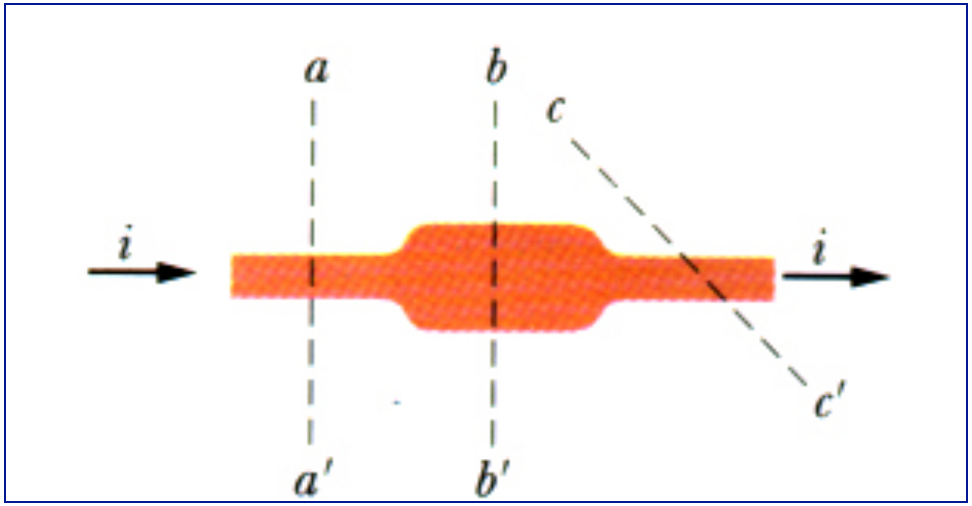
A carga Δq que atravessa um plano em um intervalo de tempo Δt pode ser determinada através de:

$$\Delta q = \int dq = \int_{t}^{t+\Delta t} i\, dt$$

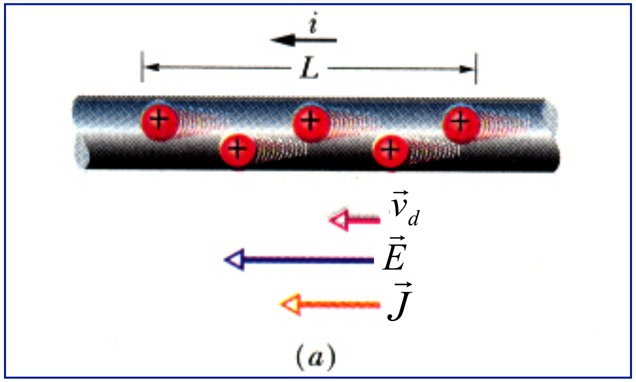
Unidade de corrente:

1 Ampère = 1 C/s

A corrente *i* tem a mesma intensidade através das seções *aa*', *bb*' e *cc*'.



Densidade de corrente



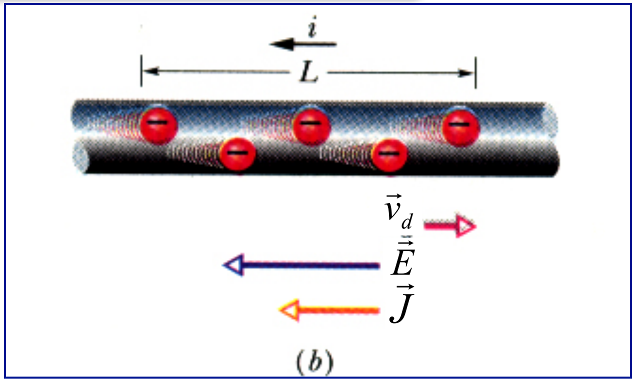
(a)

$$i = \int \vec{J} \cdot \hat{n} dA$$

Se a densidade $\vec{J}$ for uniforme através da superfície e paralela a $d\vec{A}$, teremos:

$$i = \int J dA = J \int dA$$

$$J = \frac{i}{A} \; (\mathrm{A/m^2})$$



(b)

Velocidade de deriva: v_d

$$v_d = \frac{J}{ne}$$

ou, na forma vetorial:

$\vec{J} = n e \vec{v}_d$,

onde:

n = número de portadores por unidade de volume

e = carga elementar

Resistência e resistividade

Do ponto de vista da física microscópica é conveniente utilizar o campo elétrico $\vec{E}$ e a densidade de corrente $\vec{J}$ no lugar da diferença de potencial V e da corrente elétrica i. Daí, o equivalente microscópico da resistência R é a resistividade ρ, definida por:

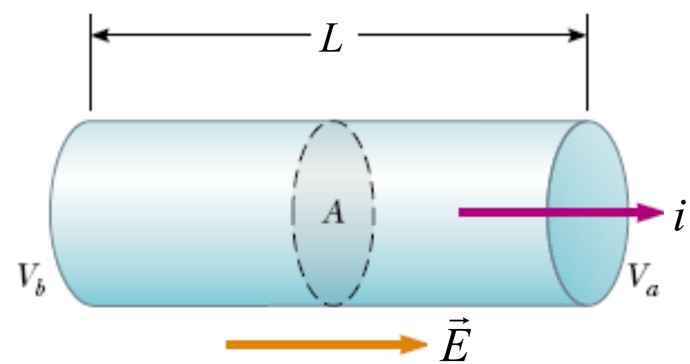
$$\vec{E} = \rho \vec{J} \quad \text{ou} \quad \rho = \frac{E}{J} \quad \left(\frac{\text{V/m}}{\text{A/m}^2} = \Omega.\text{m} \right)$$

Algumas vezes é conveniente usar a condutividade σ, definida por:

$$\sigma = \frac{1}{\rho} \quad \left(\frac{1}{\Omega.\text{m}} \right)$$

Calculando R em função de ρ :

$E = \frac{V_b - V_a}{L}$ e $J = \frac{i}{A}$. Substituindo em $\rho = \frac{E}{J}$, tem-se: $R = \rho \frac{L}{A}$



Lei de Ohm

A lei de Ohm estabelece que *a corrente* através de um "dispositivo" em função da *diferença de potencial* é *linear*, ou seja, *R independe do valor e da polaridade de V* (Fig. a). Quando isto acontece diz-se que o "dispositivo" é um *condutor ôhmico*. Caso contrário, o condutor não segue a lei de Ohm (Fig. b).

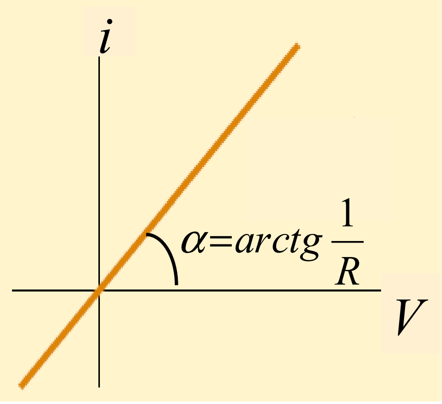
Pela definição de resistência:

$$R = \frac{V}{i}$$

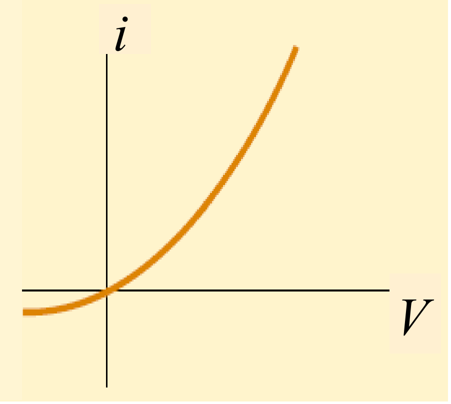
A lei de Ohm implica que

$$R \neq R(V)$$

e que o gráfico $i \times V$ é linear.



condutor ôhmico
Fig. a



condutor não-ôhmico
Fig. b

Visão microscópica da Lei de Ohm

Um elétron de massa *m* colocado num campo $\vec{E}$ sofre uma aceleração

$$a = \frac{F}{m} = \frac{eE}{m}$$

A velocidade de deriva pode ser escrita como:

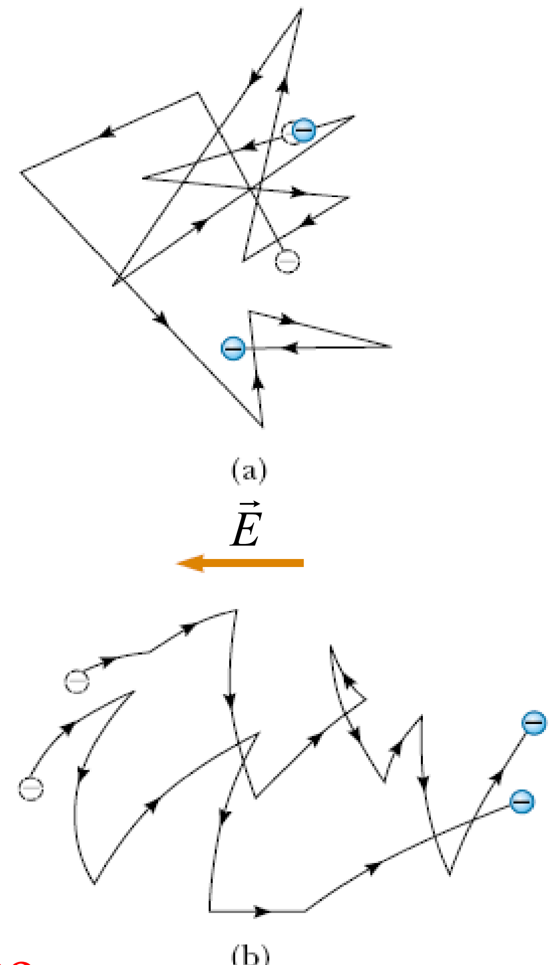
$$v_d = a\tau = \frac{eE}{m}\tau,$$

onde τ é o tempo médio entre colisões. Portanto,

$$J = nev_d = \frac{ne^2\tau}{m}E \quad \therefore$$

De acordo com este modelo clássico,

$$\sigma = \frac{n\tau e^2}{m} \quad \text{ou} \quad \rho = \frac{m}{n\tau e^2}$$ não dependem de E, que é a característica de um condutor ôhmico.

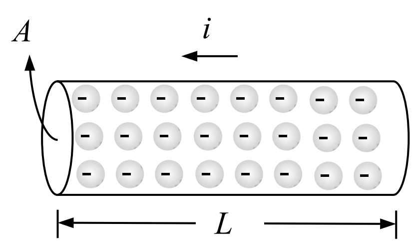


Exercício 01

Um fio de prata de 1,0 mm de diâmetro conduz uma carga de 90 C, em 1h15min. A prata contém $5{,}8\times10^{28}$ elétrons livres por m^3.

a) qual é a corrente elétrica no fio?

b) qual é a velocidade de deriva dos elétrons no fio?



a) $i=\dfrac{(nAL)e}{L/\mathrm{v}_d}=nAe\mathrm{v}_d=20\,\mathrm{m}A$

b) $v=2{,}7\times10^{-6}\,\mathrm{m/s}$

Exercício 02

O módulo J da densidade de corrente em um certo fio cilíndrico de raio $R = 2{,}0$ mm é dado por $J = 3{,}0\times10^{8}\ r$, em unidades do SI.

a) para que valor de r o valor da corrente que passa no cilindro com este raio é metade do valor da corrente total?;

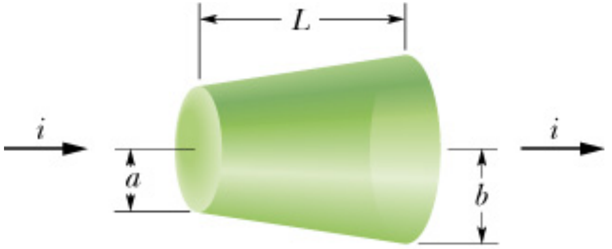
b) Usando o raio encontrado no item a), recalcule esta corrente supondo que agora a densidade de corrente J é constante e igual ao valor que ela assume em $r = 1{,}0$ mm?

Exercício 03

Uma corrente elétrica atravessa um resistor que tem a forma de um tronco de cone circular reto, de raio menor a, raio maior b e comprimento L. A densidade de corrente é considerada uniforme através de qualquer seção transversal perpendicular ao eixo do objeto.

a) calcule a resistência desse sistema;

b) mostre que o resultado de a) se reduz a $\rho L/A$ no caso em que $a = b$.



a) $R = \dfrac{\rho L}{\pi a b}$

b) $R = \dfrac{\rho L}{\pi a^2}$

Exercício 04

A figura abaixo mostra um fio de cobre de comprimento L_1, resistividade ρ_1 e área de secção transversal A_1, e outro fio, de alumínio, com um comprimento L_2, resistividade ρ_2 e área de secção transversal A_2, submetidos a uma diferença de potencial V.

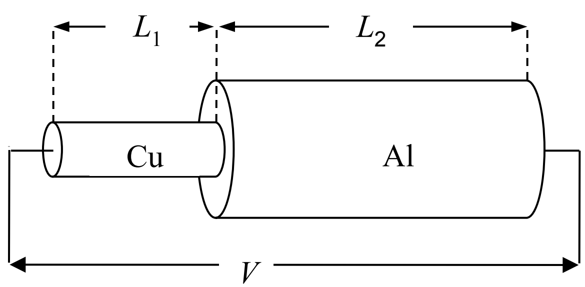
a) qual a corrente através de cada fio?

b) qual a densidade de corrente em cada fio?

c) qual o campo elétrico em cada fio?

d) qual a potência dissipada em cada um dos segmentos do fio?

Considerar: $L_2 = 2L_1$, $\rho_2 = 3\rho_1$, $A_2 = 2A_1$ e dê as reposta em termos dos parâmetros do cobre.



a) $V = V_1 + V_2 = i(R_1 + R_2)$

Exercício 05

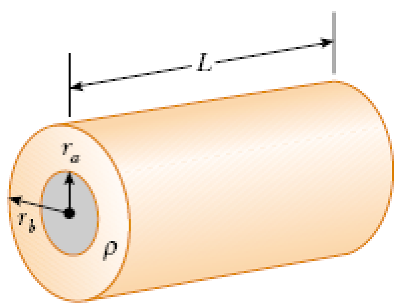
Um cilindro oco de raio interno r_a , raio externo r_b e comprimento L é feito de um material de resistividade ρ. Uma diferença de potencial V aplicada nos extremos do cilindro produz uma corrente paralela a seu eixo.

a) ache a resistência do cilindro em termos de L, ρ, r_a e r_b ;

b) calcule a densidade de corrente no cilindro quando V é aplicada;

c) calcule o campo elétrico no interior do cilindro;

d) suponha agora que a *ddp* é aplicada entre as superfícies interna e externa, de modo que a corrente flui radialmente para fora. Calcule a nova resistência do cilindro.



d) $$R = \frac{\rho}{2\pi L} ln \frac{r_b}{r_a}$$

Exercício 06

A corrente que circula na bateria e nos resistores 1 e 2 da figura é 2,0 A. A energia elétrica é convertida em energia térmica nos dois resistores. As curvas 1 e 2 da figura mostram a energia térmica Et produzida pelos dois resistores em função do tempo *t*. Qual é a potência da bateria?