F-328 – Física Geral III

Aula exploratória-10B

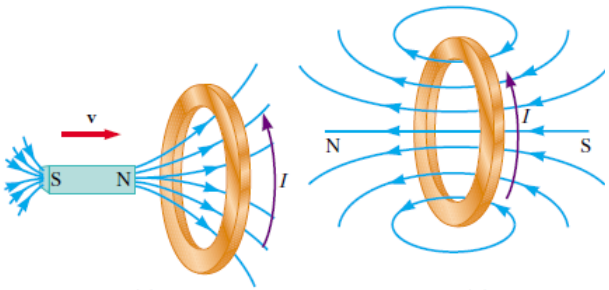
UNICAMP – IFGW

username@ifi.unicamp.br

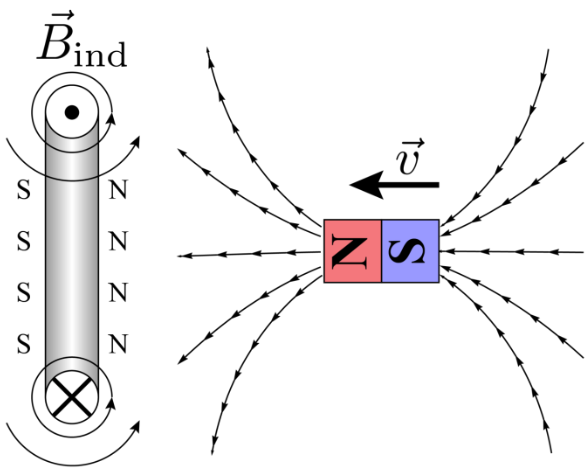
A Lei de Lenz

O sentido da corrente induzida é tal que ela se opõe à variação do fluxo magnético que a produziu.

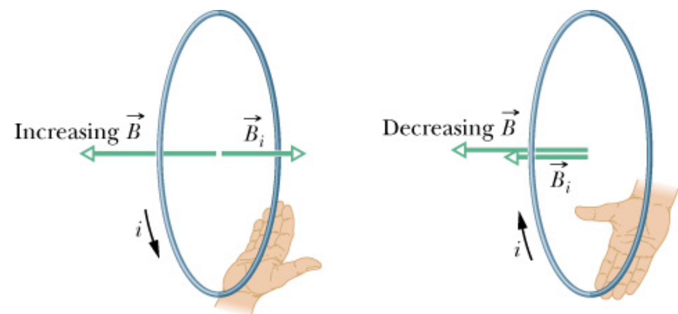
Oposição ao movimento



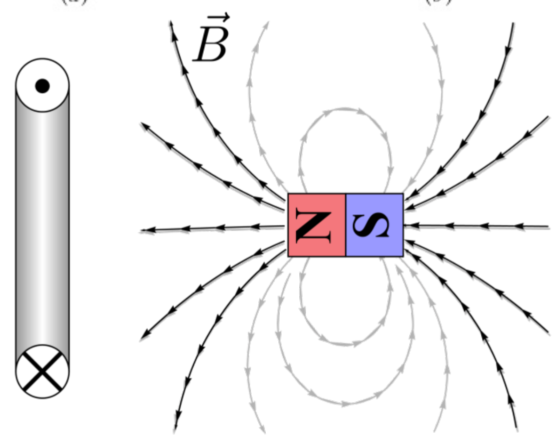
(a) (b)



Oposição à variação do fluxo



(a) (b)



Auto-Indutância e Indutância Mútua

Quando estudámos campo elétrico, relacionamos a quantidade de cargas em um par de condutores com a diferença de potencial entre eles. A constante de proporcionalidade, que é a capacitância, depende apenas das geometrias dos condutores:

$$\boxed{\left.\begin{array}{l} Q_{\text{livre}} = \oint \varepsilon_o \vec{E} \cdot \hat{n}\, dA \\ \Delta V = -\int \vec{E} \cdot d\vec{l} \end{array}\right\} \Rightarrow Q_{\text{livre}} = CV}$$

Iremos agora fazer algo análogo ao relacionar as leis de Ampère e Gauss (para campo magnético) e mostrar que poderemos escrever o fluxo magnético em função das correntes elétricas geradoras de campo magnético. Novamente a constante de proporcionalidade depende apenas da geometria dos condutores envolvidos. A grande diferença é que a proporcionalidade é feita através de uma relação matricial, dando origem as auto-indutância e indutâncias mútuas:

$$\boxed{\left.\begin{array}{l} \phi_B = \int \vec{B} \cdot \hat{n}\, dA \\ i_{\text{env}} = \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} \end{array}\right\} \Rightarrow \phi_n = L_{n,m} i_m}$$

$L_{\text{n,n}}$ = Auto-Indutância;
$L_{\text{m,n}}$ = Indutância Mútua;

Auto-indutância

Consideremos uma bobina de N voltas, chamada de *indutor*, percorrida por uma corrente i que produz um fluxo magnético ϕ_B através de todas as espiras da bobina.

Se $i = i(t)$ pela lei de Faraday aparecerá nela uma *fem* dada por:

$$\varepsilon_L = -\frac{d(N\phi_B)}{dt} \qquad (N\phi_B = \text{fluxo concatenado})$$

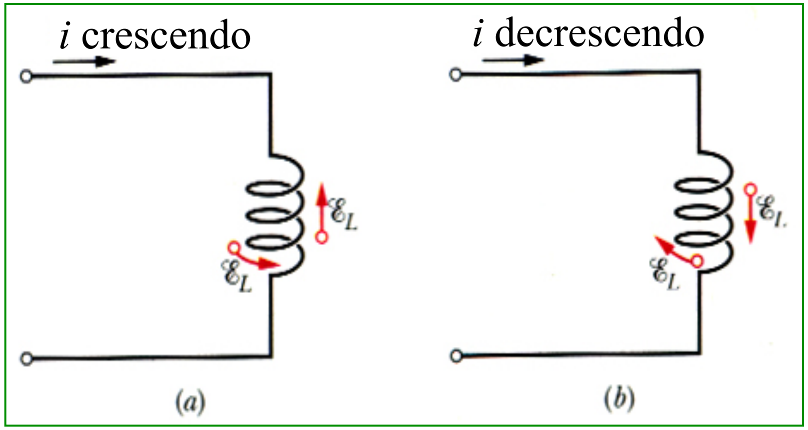
Na ausência de materiais magnéticos, $N\phi_B$ é proporcional à corrente:

$$N\phi_B = Li \qquad \text{ou:} \quad \boxed{L = \frac{N\phi_B}{i}} \qquad (L\text{: auto-indutância})$$

Então:

$$\varepsilon_L = -\frac{d(Li)}{dt} = -L\frac{di}{dt}$$

(*fem* auto-induzida)

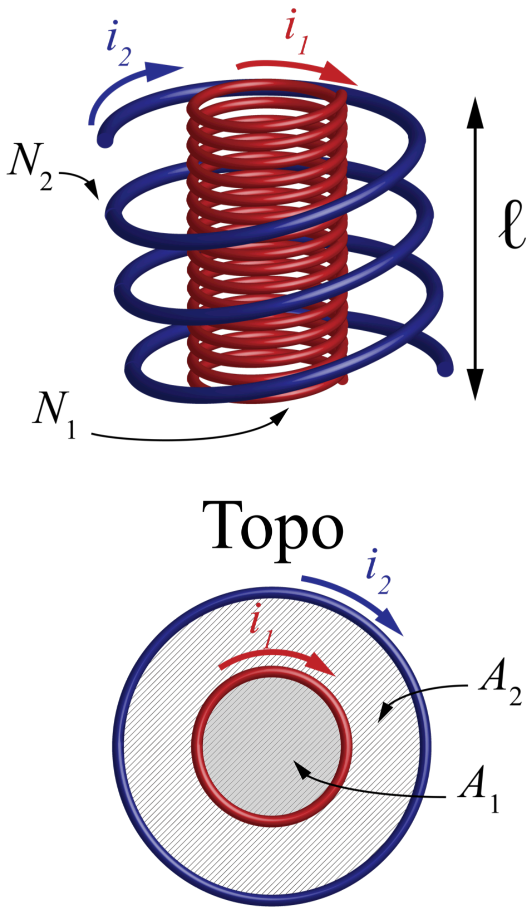


O sentido de ε_L é dado pela lei de Lenz: ela deve se *opor* à *variação* da corrente que a originou (figura).

Auto-Indutância e Indutância Mútua

Quando ambas os solenoides carregam correntes o fluxo total é então proporcional a estas correntes e às auto-indutâncias e indutâncias mútuas. Pelo princípio de superposição podemos escrever esta relação na forma matricial como:

$$\boxed{\begin{pmatrix}\phi_1\\ \phi_2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}L_{11} & L_{12}\\ L_{21} & L_{22}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}i_1\\ i_2\end{pmatrix}}$$



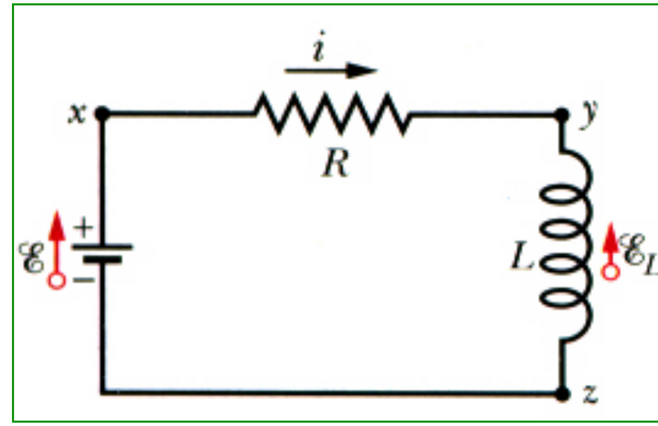
Observações:

1) As auto-indutâncias (que nomearemos apenas como *indutâncias* a partir deste ponto) são constantes reais **positivas diferente de zero**;
2) A indutância mútua pode assumir qualquer valor real (menor, maior ou igual a zero);
3) Ambas dependem apenas de fatores geométricos

Circuito RL

A equação do circuito é :

$$\frac{di}{dt}+\frac{R}{L}i=\frac{\varepsilon}{L}$$



Resolvendo esta equação diferencial para $i(t)$, vamos ter:

ε_L : voltagem no indutor

$$i(t)=\frac{\varepsilon}{R}(1-e^{-Rt/L}) \Rightarrow i(t)=I(1-e^{-t/\tau_L}),\ \text{onde}$$

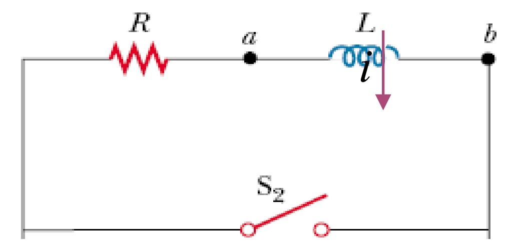
$$\tau_L=\frac{L}{R} \ \text{e} \ I=\frac{\varepsilon}{R}$$

(τ_L : constante de tempo *indutiva*)

(I : corrente máxima, assintótica)

Para t muito grande, a corrente atinge um valor máximo constante.

Circuito RL



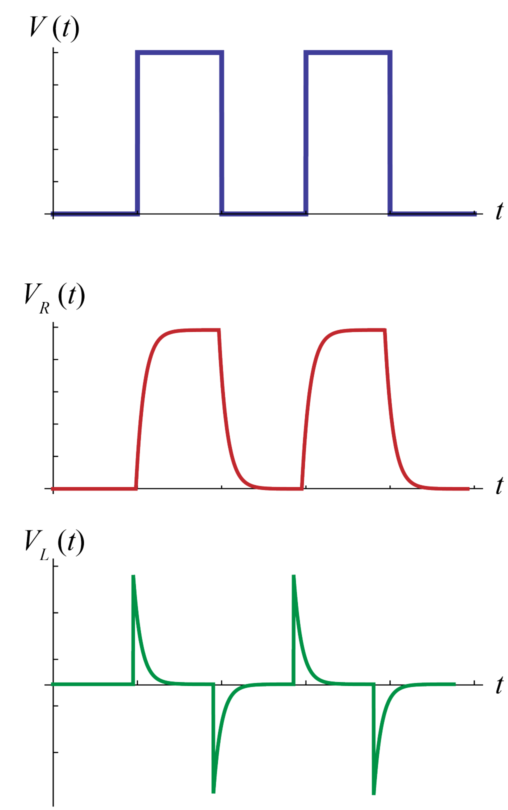
Fechando-se a chave S_2: neste caso, a equação das quedas de potencial será:

$$Ri + L\frac{di}{dt} = 0$$

A solução desta equação é:

$$i(t) = \frac{\varepsilon}{R} e^{-Rt/L} = I_0 e^{-t/\tau_L}$$

Variações das voltagens com o tempo:



Ao lado, temos gráficos das tensões em V_L, V_R e $V_R + V_L = \varepsilon$ para várias situações a) e b).

Energia armazenada no campo magnético

Do circuito abaixo tem-se:

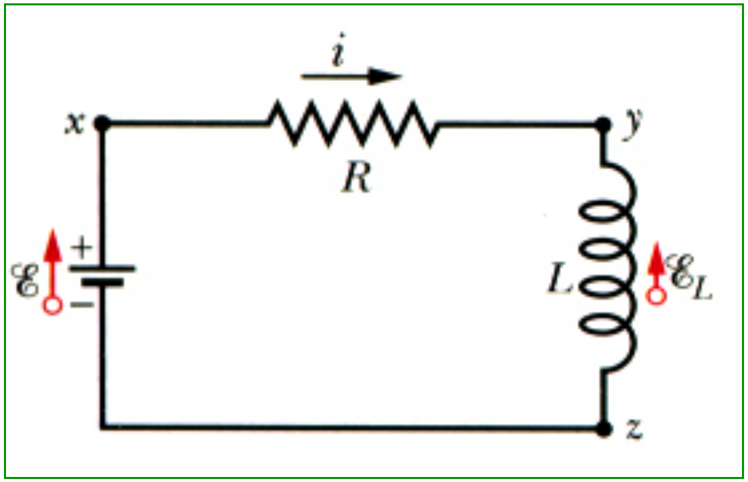
$$\varepsilon = Ri + L\frac{di}{dt} \quad \rightarrow \quad \varepsilon i = Ri^2 + Li\frac{di}{dt}$$

Os termos εi, Ri^2 e $Li\,di/dt$ são, respectivamente, a potência fornecida pela bateria, a potência dissipada no resistor e taxa com que a energia é armazenada no campo magnético do indutor, isto é:

$$\frac{dU_B}{dt} = Li\frac{di}{dt} \rightarrow dU_B = Lidi$$

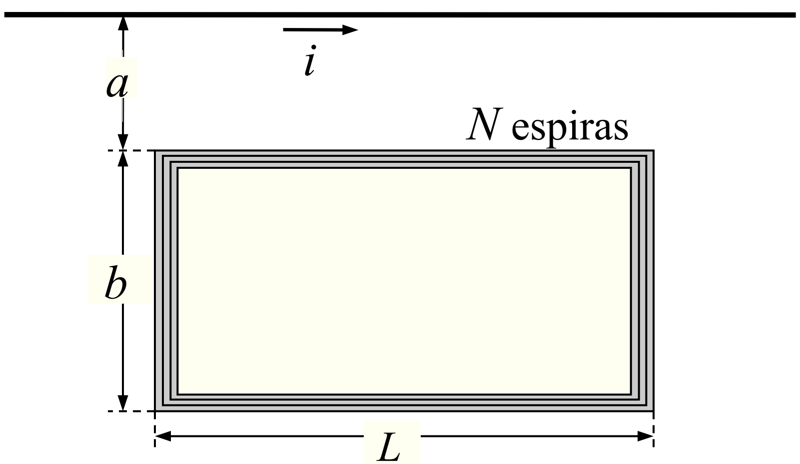
$$\int_0^{U_B} dU_B = \int_0^i Lidi$$

$$\boxed{U_B = \frac{1}{2}Li^2}$$



Exercício 01

Uma bobina retangular com N espiras compactas é colocada nas proximidades de um fio retilíneo longo, como mostra a figura.
Qual a indutância mútua M da combinação fio-bobina para $N = 100$, $a = 1{,}0$ cm, $b = 8{,}0$ cm e $L = 30$ cm ?



Exercício 02

Dois indutores L_1 e L_2 estão separados por uma distância tão grande que o campo magnético de um não pode afetar o outro.

a) mostre que se eles forem ligados em série a indutância equivalente será dada por:

$$L_{eq} = L_1 + L_2$$

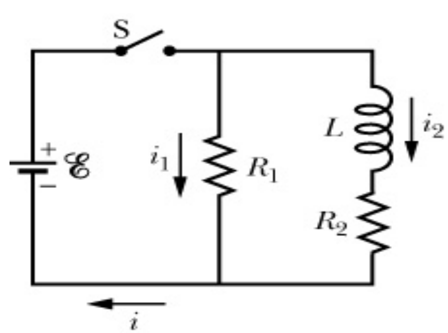
b) mostre que se eles forem ligados em paralelo a indutância equivalente será dada por:

$$\frac{1}{L_{eq}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}$$

c) qual é a generalização das expressões dos itens a) e b) para o caso de N indutores?

Exercício 03

Na figura abaixo a *fem* é ideal, $\varepsilon = 10\text{V}$, $R_1 = 5{,}0\Omega$, $R_2 = 10\Omega$ e $L = 5{,}0\text{H}$. A chave S é fechada no instante $t = 0$. Determine, logo após o fechamento da chave: a) a corrente i_1; b) a corrente i_2; c) a corrente i_s na chave; d) a diferença de potencial V_2 entre os terminais de R_2; e) a diferença de potencial V_L entre os terminais do indutor; f) a taxa de variação di_2/dt. Determine também, muito tempo após o fechamento da chave: g) i_1; h) i_2; i) i_s; j) V_2; k) V_L e (l) di_2/dt.



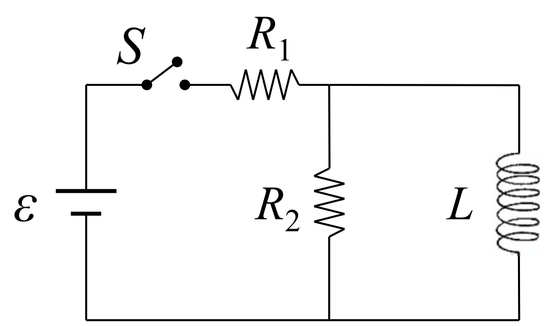
Exercício 04

Dado o circuito mostrado na figura abaixo, suponha que a chave S esteja fechada por um tempo muito longo, de tal forma que exista uma corrente em regime permanente no indutor L , e que este tenha uma resistência desprezível.

a) encontre a corrente na bateria, a corrente no resistor R_2 e a corrente através do indutor;

b) encontre a *ddp* inicial no indutor ($t = 0$) quando a chave S é aberta;

c) encontre as correntes e tensões, em função do tempo, no indutor e nos resistores com S aberta.



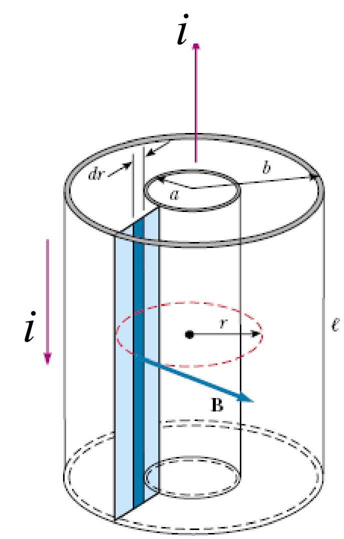
Exercício 05

Um cabo coaxial longo é formado por dois cilindros concêntricos de paredes finas de raios *a* e *b*. Os cilindros interno e externo transportam correntes iguais em sentidos opostos.

a) calcule a densidade de energia magnética na região entre os dois cilindros;

b) integrando a densidade de energia u_B , calcule a energia U_B armazenada no campo magnético no volume de comprimento l do cabo;

c) reobtenha a energia U_B, calculando a autoindutância do cabo e utilizando a relação $U_B = \frac{1}{2} L\, i^2$



Resp:

a) $u_B = \dfrac{\mu_0 l^2}{8\pi^2 r^2}$

b) $U_B = \dfrac{\mu_0 i^2 l}{4\pi} \ln\dfrac{b}{a}$