Experiência 9 – Transferência de Calor

1 – OBJETIVO

Estudar os processos de transferência de calor entre dois corpos, na situação em que nenhum deles sofre transição de fase e na situação em que um deles sofre uma transição de fase completa. A partir dos dados experimentais obteremos os calores específicos de alguns metais e o calor latente de fusão da água.

2 - INTRODUÇÃO

Quando se vive em um país tropical como o Brasil, as pessoas freqüentam as praias durante o verão e têm a necessidade de se hidratar constantemente. Entretanto, o desejo de consumir uma bebida gelada pode ser frustrado nesta situação, devido à transferência de calor entre os corpos. Quase todos nós já vivemos a experiência de colocar uma bebida em um copo, em um dia de calor e rapidamente verificamos que a bebida esquenta. Por outro lado, nem todos têm uma idéia muito precisa do que ocorre.

O líquido gelado é um corpo com uma certa massa e que, de alguma maneira, foi colocado a uma temperatura mais baixa do que a do ambiente. Ao colocar este líquido em um copo e expô-lo ao contato com o ar a uma temperatura mais alta, haverá um fluxo de calor do ar e também do copo, para o líquido. O líquido receberá calor enquanto houver uma diferença entre a temperatura do ar e do copo e a temperatura do líquido. Quando as temperaturas forem iguais, dizemos que o sistema alcançou o equilíbrio térmico.

Podemos descrever as trocas de calor entre os corpos de maneira quantitativa. Quando a temperatura de um corpo varia, indo de uma temperatura inicial T_i até uma temperatura final T_f, isto significa que ele perdeu ou ganhou uma certa quantidade de calor Q. Se a relação entre a quantidade de calor e a variação de temperatura for linear, podemos escrever:

$$Q = C\,(T_f - T_i)\,. \tag{1}$$

onde a constante de proporcionalidade C é chamada de capacidade térmica. A capacidade térmica de um corpo depende do material de que ele é feito e de sua massa. Supondo que a relação entre a capacidade térmica e a massa de um corpo também é linear, podemos escrever:

$$C = c\,m\ , \tag{2}$$

onde a constante de proporcionalidade c é chamada de calor específico. No final, podemos escrever a relação entre a quantidade de calor e a variação de temperatura, da seguinte forma:

$$Q = c\,m\,(T_f - T_i) \tag{3}$$

O calor específico c é uma quantidade que varia de material para material e que depende também da temperatura, pressão e volume. Isto complica bastante as coisas, mas podemos nos restringir aos casos em que a temperatura é sempre próxima da temperatura ambiente, a pressão é sempre próxima da pressão atmosférica e o volume é sempre constante. Desta forma, podemos assumir que c é um valor médio do calor específico e considerá-lo constante. Veja na tabela. 1 (veja a referência 1) alguns valores de calor específico medidos à temperatura ambiente(em torno de 25^0C) e pressão atmosférica.

Material	Calor específico ($cal/g\,^0C$)
Chumbo	0,0305
Tungstênio	0,0321
Prata	0,0564
Cobre	0,0923
Alumínio	0,251
Latão	0,092
Granito	0,19
Vidro	0,20
Gelo	0,53
Mercúrio(Líquido)	0,033
Álcool etílico	0,58
Água do mar	0,93
Água	1,00

TAB.1 – Alguns calores específicos obtidos na referência 1.

Suponhamos agora a situação em que faremos nossa experiência, que é mostrada na figura 1. Vamos colocar dois corpos com massas m_1 e m_2 e temperaturas T_1 e T_2 iniciais diferentes entre si, dentro de um recipiente chamado de calorímetro. O calorímetro nada mais é do que um recipiente feito de material isolante térmico, de tal forma que podemos dizer que os dois corpos dentro dele não trocam calor com o meio ambiente. Se isto for verdade, o calor que sair do corpo mais quente vai fluir integralmente para o corpo mais frio. Chamamos este processo de troca de calor adiabática e o descrevemos matematicamente através da equação:

$$Q_1 + Q_2 = 0\,; \\ c_1 m_1 (T_e - T_1) + c_2 m_2 (T_e - T_2) \qquad (4)$$

onde T_1 é a temperatura inicial do corpo 1, T_2 é a temperatura inicial do corpo 2 e T_e é a temperatura final, que é a mesma para os dois corpos e é chamada de temperatura de equilíbrio.

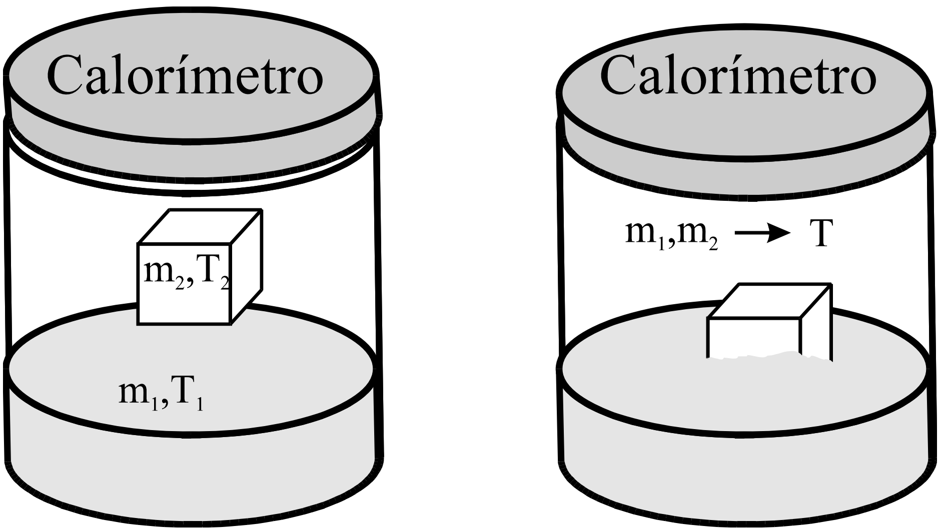

FIG. 1 – Calorímetro antes e depois de entrar em equilíbrio térmico.

Consideramos até aqui, apenas os casos em que o calor recebido ou cedido por um corpo, serve unicamente para mudar a sua temperatura. Entretanto, em alguns casos, pode ocorrer uma transição de fase. Por exemplo, quando colocamos uma pedra de gelo em um copo com um líquido. O gelo recebe calor do líquido e do ar ambiente até que sua temperatura para de aumentar e ele começa a se fundir, ou seja muda da fase sólida para a fase líquida. Durante este processo, todo o calor cedido ou recebido pelo corpo é utilizado para mudar a fase e não há mudança de temperatura. Quanto calor devemos dar a um corpo para que ele mude totalmente de fase? Se a relação entre a quantidade de calor e a massa do corpo for linear, podemos escrever:

$$Q = L\,m \quad , \tag{5}$$

onde a constante de proporcionalidade L é chamada de calor latente. Assim, se tivermos um corpo com uma temperatura muito próxima da temperatura de transição de fase e o colocarmos em contanto com outro corpo que trocará calor com ele de tal forma que a transição de fase ocorra, ao final da transição, ele vai ainda receber ou ceder calor até que o equilíbrio térmico seja atingido. Neste caso, supondo que o corpo 2 é quem sofre a transição de fase e para um processo adiabático, podemos escrever:

$$\begin{gathered} Q_1 + Q_2 = 0\ ; \\ c_1\, m_1\ (T_1 - T_e) + c_2\, m_2\ (T_2 - T_e) + L\, m_2 = 0 . \end{gathered} \tag{6}$$

Vamos agora pensar em uma aplicação para estas idéias e equações. Se fizermos a experiência descrita na figura 1 e conhecermos o calor específico de um deles, podemos obter o calor específico do outro, através da equação (4):

$$\begin{gathered} c_1\, m_1\ (T_e - T_1) = -c_2\, m_2\ (T_e - T_2)\ ; \\ c_1\ = -\ c_2\, \frac{m_2\ (T_e - T_2)}{m_1\ (T_e - T_1)}\ . \end{gathered} \tag{7}$$

Da mesma forma, se conhecermos o calor específico dos dois corpos ou se usarmos um material de calor específico conhecido, cujo calor latente desejamos conhecer, podemos usar a equação (6):

$$\begin{gathered} L\, m_2 = -c_1\, m_1\ (T_e - T_1) - c_2\, m_2\ (T_e - T_2)\ \ ; \\ L\ = -c_1\, \frac{m_1}{m_2}\ (T_e - T_1) - c_2\ (T_e - T_2)\ . \end{gathered} \tag{8}$$

3 – PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

<u>Transferência de calor sem transição de fase:</u>

1 – Verifique se as amostras metálicas estão dentro do recipiente com gelo e em equilíbrio térmico.

2 – Meça a massa do calorímetro seco.

3 – Coloque um pouco de água no calorímetro, de tal forma que ele contenha apenas, água suficiente para que a amostra que você vai usar fique submersa.

4 – Antes de colocar qualquer amostra, meça a massa do calorímetro com água e meça também a temperatura da água.

5 – Meça a temperatura de uma das amostras. Note que seria difícil medir a temperatura da amostra diretamente, com nosso equipamento. Entretanto, como ela está em equilíbrio térmico com a mistura de gelo e água, podemos assumir que a temperatura da amostra é a mesma da água com gelo.

6 – Retire então a amostra da mistura de água com gelo, lembrando de retirar pedaços de gelo que estejam eventualmente grudados nela. Mergulhe a amostra na água do seu calorímetro e feche com a tampa, para evitar troca de calor com o ar ambiente.

7 – Com o elemento sensor do termômetro inserido no calorímetro e em contato com a água, meça a temperatura de equilíbrio do sistema. Agitar um pouco a água pode ajudar a acelerar a troca de calor entre a água e a amostra.

8 – Finalmente, após a medida da temperatura de equilíbrio, você pode jogar fora a água, secar a amostra e medir sua massa. Assim você terá todos os dados para calcular o calor específico da amostra metálica.

9 – Repita o procedimento para as outras amostras de materiais diferentes. Os três tipos são: cobre, alumínio e latão.

Transferência de calor com transição de fase:

1 – Meça a massa do calorímetro seco.

2 – Coloque água no calorímetro, de forma a preencher cerca de 3/4 de seu volume.

3 – Meça a massa do calorímetro com a água dentro e meça também a temperatura da água.

4 – Pegue um pedaço de gelo e procure eliminar o excesso de água, colocando-o em seguida, dentro do calorímetro com água.

5 – Meça a temperatura do gelo colocando o termômetro em um dos recipientes contendo as peças metálicas. Procure usar sempre o mesmo termômetro. Você saberia explicar o porquê desse procedimento?

6 – Com o elemento sensor do termômetro inserido no calorímetro e em contato com a água, monitore a temperatura da água, até que o equilíbrio térmico seja atingido. Anote a temperatura de equilíbrio.

7 – Meça agora a massa do calorímetro com a água e o gelo derretido dentro. Assim você poderá obter a massa do gelo.

4 - QUESTIONÁRIO

1 – Escreva a equação que relaciona os calores específicos de duas substâncias, suas massas e temperaturas iniciais e finais, em um processo adiabático.

2 – Escreva a equação que relaciona o calor latente e o calor específico de uma substância com o calor específico de outra, suas massas e temperaturas iniciais e finais, em um processo adiabático.

3 - Faça uma tabela para os seus dados experimentais, contendo as seguintes colunas:

Amostra	m_1(g)	σ_{m1}(g)	T_1(°C)	σ_{T1}(°C)	T_2(°C)	σ_{T2}(°C)	T_e(°C)	σ_{Te}(°C)	m_2(g)	σ_{m2}(g)
Alumínio										
Cobre										
Chumbo										
Gelo										

Amostra (água, cobre, chumbo, etc.), temperatura inicial (T_1, T_2), temperatura final (T_e), σ_m (incerteza nas massas), σ_T (nas temperaturas incerteza).

4 – Mostre, fazendo todas as derivadas, que a incerteza no calor específico é dada por:

$$\sigma_{c_1}{}^2 = c_1{}^2 \left\{ \left(\frac{\sigma_{m_1}}{m_1}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{m_2}}{m_2}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{T_1}}{T_e - T_1}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{T_2}}{T_e - T_2}\right)^2 + \left[\sigma_{T_e}\left(\frac{1}{T_e - T_2} - \frac{1}{T_e - T_1}\right)\right]^2 \right\},$$

e que a incerteza no calor latente é dada por

$$\sigma_L{}^2 = c_1{}^2 \left\{ \left(\sigma_{T_1}\frac{m_1}{m_2}\right)^2 + \left(\sigma_{T_2}\frac{c_2}{c_1}\right)^2 + \left[\sigma_{T_e}\left(\frac{m_1}{m_2} + \frac{c_2}{c_1}\right)\right]^2 + \left[\frac{\sigma_{m_1}}{m_2}(T_e - T_1)\right]^2 + \left[\frac{\sigma_{m_2} m_1}{m_2{}^2}(T_e - T_1)\right]^2 + \sigma^2_{m_1 m_2}\left[\frac{m_1}{m_2{}^3}(T_e - T_1)\right]^2 \right\}.$$

5 – Usando os resultados da tabela obtida na Questão 3, calcule os valores dos calores específicos e do calor latente do gelo, assim como de suas respectivas incertezas, sabendo que a co-variância das massas é $\sigma^2_{m_1 m_2} = -\sigma^2_{m_1}$. Com os resultados obtidos preencha a tabela que segue.

Amostra	c(cal/g °C)	σ_c(cal/g °C)	L(cal/g)	σ_L(cal/g)
Alumínio				
Cobre				
Chumbo				
Gelo				

Dicas para a propagação de incertezas:

Para calcular a incerteza em c_1, você deverá calcular as derivadas de c_1 dado pela equação (7), com relação a todas as grandezas que tenham incertezas: m_1, m_2, T_1, T_2, T_e. Vamos calcular algumas derivadas:

$$\frac{\partial c_1}{\partial m_2} = \frac{\partial}{\partial m_2}\left(-c_2 \frac{m_2}{m_1}\frac{(T_e - T_2)}{(T_e - T_1)}\right) = -c_2 \frac{(T_e - T_2)}{m_1 (T_e - T_1)} = \frac{c_1}{m_2};$$

$$\frac{\partial c_1}{\partial m_1} = \frac{\partial}{\partial m_1}\left(-c_2 \frac{m_2}{m_1}\frac{(T_e - T_2)}{(T_e - T_1)}\right) = c_2 \frac{m_2}{m_1{}^2}\frac{(T_e - T_2)}{(T_e - T_1)} = -\frac{c_1}{m_1}.$$

Quando você fizer as outras derivadas, você verá que o resultado poderá sempre ser expresso como c_1 multiplicado por outra função. Desta forma, na hora de calcular a incerteza, você vai obter algo do tipo:

$\sigma_{c_1} = c_1 \times f\left(m_1, m_2, T_1, T_2, T_e\right)$. Fazendo as outras derivadas, você obterá a forma explícita da função $f\left(m_1, m_2, T_1, T_2, T_e\right)$.

Para obter a incerteza no calor latente, não é conveniente expressar o resultado em termos de uma incerteza relativa . As derivadas serão feitas com relação às mesmas variáveis. Veja alguns exemplos de derivada:

$$\frac{\partial L}{\partial m_1} = \frac{\partial}{\partial m_1}\left[-c_1 \frac{m_1}{m_2}(T_e - T_1) - c_2(T_e - T_2)\right] = -\frac{c_1}{m_2}(T_e - T_1)\ ;$$
$$\frac{\partial L}{\partial T_1} = \frac{\partial}{\partial T_1}\left[-c_1 \frac{m_1}{m_2}(T_e - T_1) - c_2(T_e - T_2)\right] = +c_1\frac{m_1}{m_2}\ .$$

Cálculo da co-variância:

Em todas as nossas experiências, estimamos as incertezas nas variáveis medidas, supondo que as flutuações delas em torno da média seguem uma distribuição estatística gaussiana. Por esta razão, dizemos que a incerteza é igual à raiz quadrada da variância. Quando a incerteza na medida de uma grandeza é grande, sabemos que ao fazermos várias medidas desta grandeza, em condições idênticas, obtemos valores que poderão variar muito em torno do valor médio. Já a co-variância é uma grandeza que serve para quantificar a relação entre as variações de duas grandezas em torno de suas respectivas médias. No laboratório, quando as medidas de duas grandezas são feitas de maneira completamente independente, então as variações destas grandezas em torno de suas médias também serão independentes e a co-variância entre elas será nula. Este foi o caso de quase todas as medidas realizadas no curso.

Na experiência sobre o calor latente, temos um exemplo de co-variância não nula. A co-variância entre m_1 e m_2 é diferente de zero. Isto ocorre, por causa da maneira como medimos m_2. Pelo procedimento experimental utilizado, medimos em primeiro lugar a massa m_1. Em seguida, adicionamos a massa m_2 e medimos a massa total m_T. O valor de m_2 é dado então por $m_2 = m_T - m_1$. Note que a incerteza na medida de m_2 será afetada tanto pela incerteza na medida da massa total m_T quanto pela incerteza na medida de m_1. Logo a co-variância entre m_1 e m_2 será diferente de zero. Para obter o seu valor em função do valor da variância $\sigma^2_{m_1}$ de m_1, utilizamos a definição de co-variância:

$$\sigma^2_{m_1 m_2} = \langle m_1 m_2 \rangle - \langle m_1 \rangle \langle m_2 \rangle,$$

e substituímos $m_2 = m_T - m_1$, obtendo

$$\begin{aligned}
\sigma^2_{m_1 m_2} &= \langle m_1 (m_T - m_1) \rangle - \langle m_1 \rangle \langle (m_T - m_1) \rangle = \\
&= \langle m_1 m_T \rangle - \langle m_1\, m_1 \rangle - \langle m_1 \rangle \langle m_T \rangle + \langle m_1 \rangle \langle m_1 \rangle = \\
&= \langle m_1 m_T \rangle - \langle m_1 \rangle \langle m_T \rangle - \langle m_1\, m_1 \rangle + \langle m_1 \rangle \langle m_1 \rangle = \\
&= \sigma^2_{m_1 m_T} - \sigma^2_{m_1} = -\sigma^2_{m_1}\ .
\end{aligned}$$

Na equação acima, os termos foram reorganizados, de tal forma que na última linha, ficamos com a co-variância entre m_1 e m_T e a variância de m_1. Como as medidas de m_1 e m_T são independentes, a co-variância entre elas é nula, o que leva a $\sigma^2_{m_1 m_2} = -\sigma^2_{m_1}$.