

2. O Campo Elétrico (baseado no Halliday, 4ª edição)

Introdução

1. Como a carga elétrica q_1 “sabe” da presença da carga elétrica q_2 ?
2. Se elas não se tocam como q_1 exerce uma força sobre q_2 ?

R.: Ação à distância

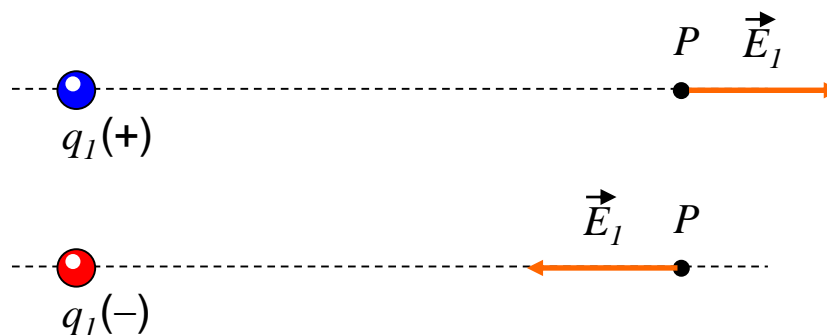
Dizemos que q_1 perturba o espaço à sua volta através de um **campo elétrico**.

Em qualquer ponto P podemos dizer que o campo elétrico possui:

Módulo: depende do módulo de q_1 e da distância entre P e q_1 .

Direção: depende da direção da reta que passa por q_1 e P .

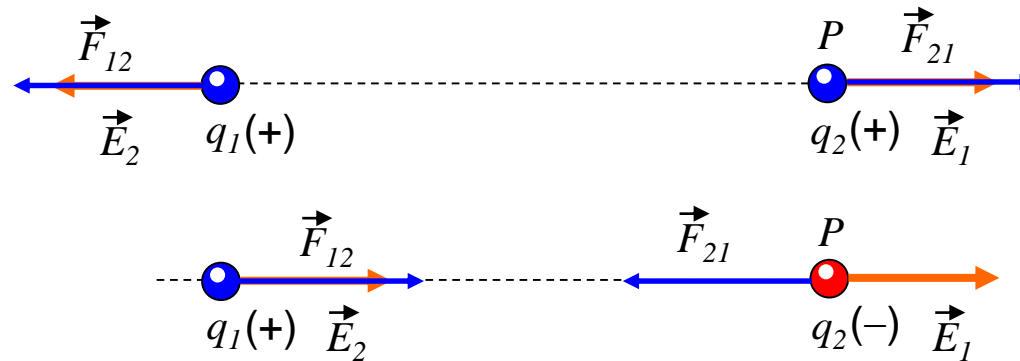
Sentido: depende do sinal de q_1 .



Quando colocamos q_2 em P :

a) q_1 interage com q_2 através de seu campo elétrico em P .

b) O módulo, direção e sentido do campo elétrico em P determinam o módulo, direção e sentido da força em q_2 devido a q_1 .

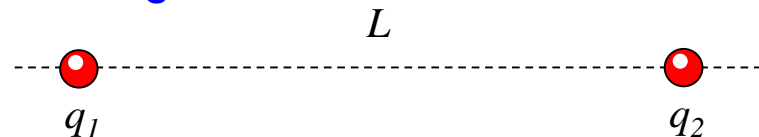


3. O campo elétrico em q_2 e a força que atua em q_2 mudam instantaneamente quando movemos q_1 para q_2 ?

R.: Não

A informação do movimento de q_1 se propaga em todas as direções, como uma onda eletromagnética, com a velocidade escalar da luz c .

Ex.:



Quando movemos q_1 para q_2 , o campo elétrico e a força variam depois de um tempo $\Delta t = L/c$.

Em 1986 verificou-se este resultado na prática, quando da passagem da Voyager 2 sobre a órbita de Urano (comunicações via ondas de rádio), O sinal foi detectado $2,3 h$ após emitido (compatível com uma velocidade c).

Conclusão: com estes resultados podemos unir a eletricidade, o magnetismo (eletromagnetismo) e a ótica.

Aplicações: Invenção do rádio, desenvolvimento do radar, televisão, fornos de microondas, motores, geradores, transformadores, etc.

4. O que é um **Campo**?

R.: conceituaremos a partir do paralelo com temperatura e pressão (grandezas escalares).

- 1) Grandezas escalares: dão origem a **campos escalares**.
- 2) Grandezas vetoriais: dão origem a **campos vetoriais**.

Campos Escalares:

- a) Usando um termômetro podemos medir a temperatura em cada ponto de uma sala. Esta distribuição de temperatura é chamada de → Campo de Temperatura.
- b) Usando um barômetro podemos medir a pressão em cada ponto de uma sala. Esta distribuição de pressão é chamada de → Campo de Pressão.

Campos Vetoriais:

- a) Quando medimos a velocidade de um fluido que escoar por um cano, em cada ponto do cano, temos uma distribuição de velocidades chamada de → Campo de Velocidade.
- b) Quando medimos a aceleração da gravidade em todos os pontos do espaço, em torno da Terra, temos uma distribuição de acelerações da gravidade que comumente chamamos de → Campo Gravitacional.

O Campo Elétrico**Carga de Teste (q_0):**

- 1) Positiva por definição.
- 2) O campo elétrico existe independentemente da carga de teste.
- 3) A presença de q_0 não afeta a distribuição de cargas do objeto carregado, e portanto não afeta o campo elétrico que tentamos medir.

Buscando um Conceito para Campo Elétrico:

1) Temos a distribuição de vetores de campo elétrico, um para cada ponto na região ao redor de um objeto carregado.

2) Quando colocamos uma carga de teste positiva q_0 , em algum ponto próximo a um objeto carregado eletricamente, tal com um ponto P . A seguir medimos a força eletrostática \vec{F}_E sobre q_0 , então o campo elétrico E em P será:

$$\vec{E} \stackrel{\text{def.}}{=} \frac{\vec{F}_E}{q_0}$$

Módulo: $E = \frac{F_E}{q_0}$.

Direção e Sentido: a mesma direção e o mesmo sentido de F_E (pois q_0 é positivo por definição).

Unidade (E):

a) $[E] = [F]/[q] \rightarrow \text{no S. I.} \rightarrow \text{Newton (N)/Coulomb (C)} \rightarrow \text{N/C.}$

b) Valor unitário

$$1 \frac{N}{C} = \frac{1N}{1C}$$

Linhas de Campo

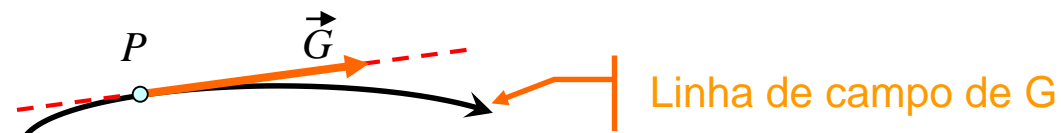
Michael Faraday: introduziu a idéia de campo elétrico (início do século XIX).

a) Anteriormente a Faraday, acreditavam que o espaço ao redor de um corpo carregado era preenchido por **linhas de força** (estas não apresentam significado físico real).

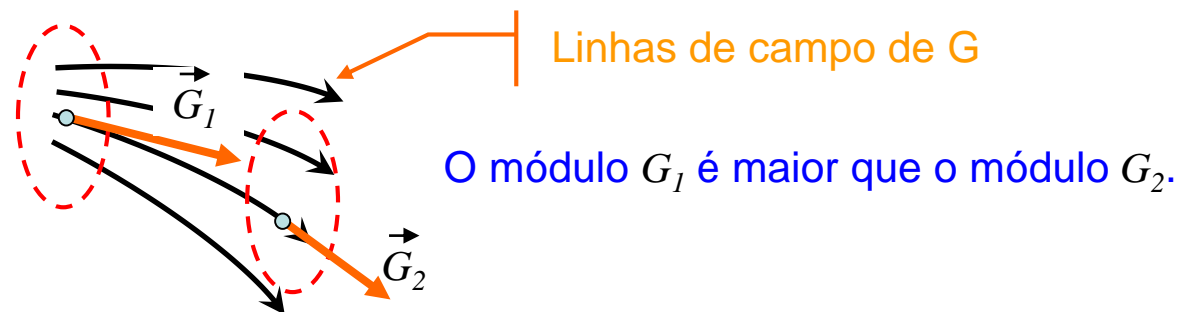
b) Atualmente denominamos as linhas de força de \rightarrow Linhas de Campo do Campo Elétrico.

Relação entre Linhas de Campo e uma Grandeza Vetorial Associada

1) Em qualquer ponto de uma linha de campo, a grandeza vetorial é representada por uma linha tangente, orientada na mesma direção do campo.



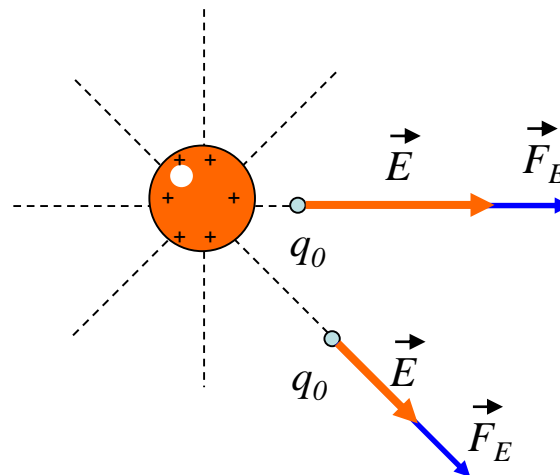
2) As linhas de campo são desenhadas de modo que o número de linhas por unidade de área, de um plano perpendicular às linhas, seja proporcional ao módulo da grandeza vetorial:



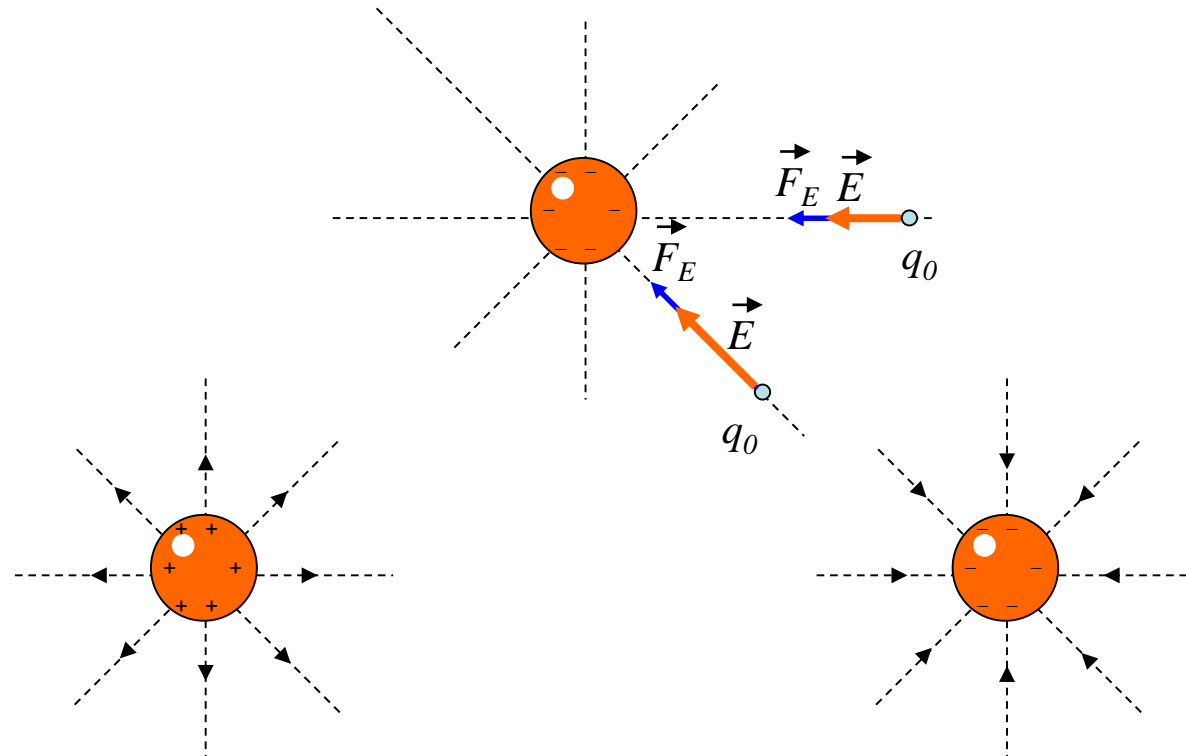
Algumas Formas de Linhas de Campo

1) Linhas de campo geradas por uma esfera com distribuição uniforme de cargas elétricas.

a) Se colocarmos q_0 nas proximidades da esfera carregada positivamente, surgem forças eletrostáticas repulsivas apontando para fora da esfera.



b) Se colocarmos q_0 nas proximidades da esfera carregada negativamente, surgem forças eletrostáticas atrativas apontando para a esfera.

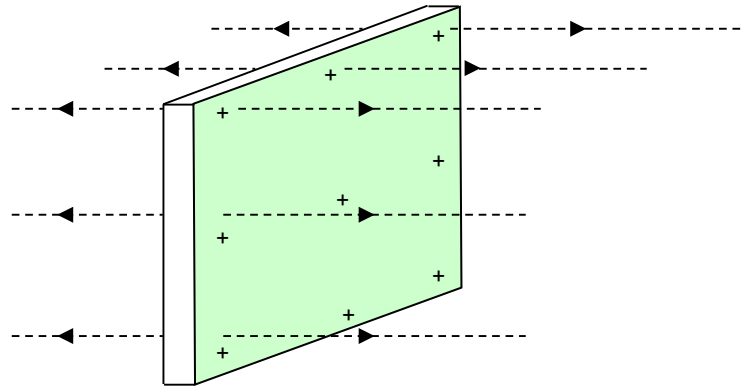


As linhas de campo elétrico se afastam das cargas positivas e se aproximam das negativas.

Representação correta: a representação correta das linhas de campo no entorno das esferas carregadas deveria ser em 3D (tridimensional ou em geometria 4π)

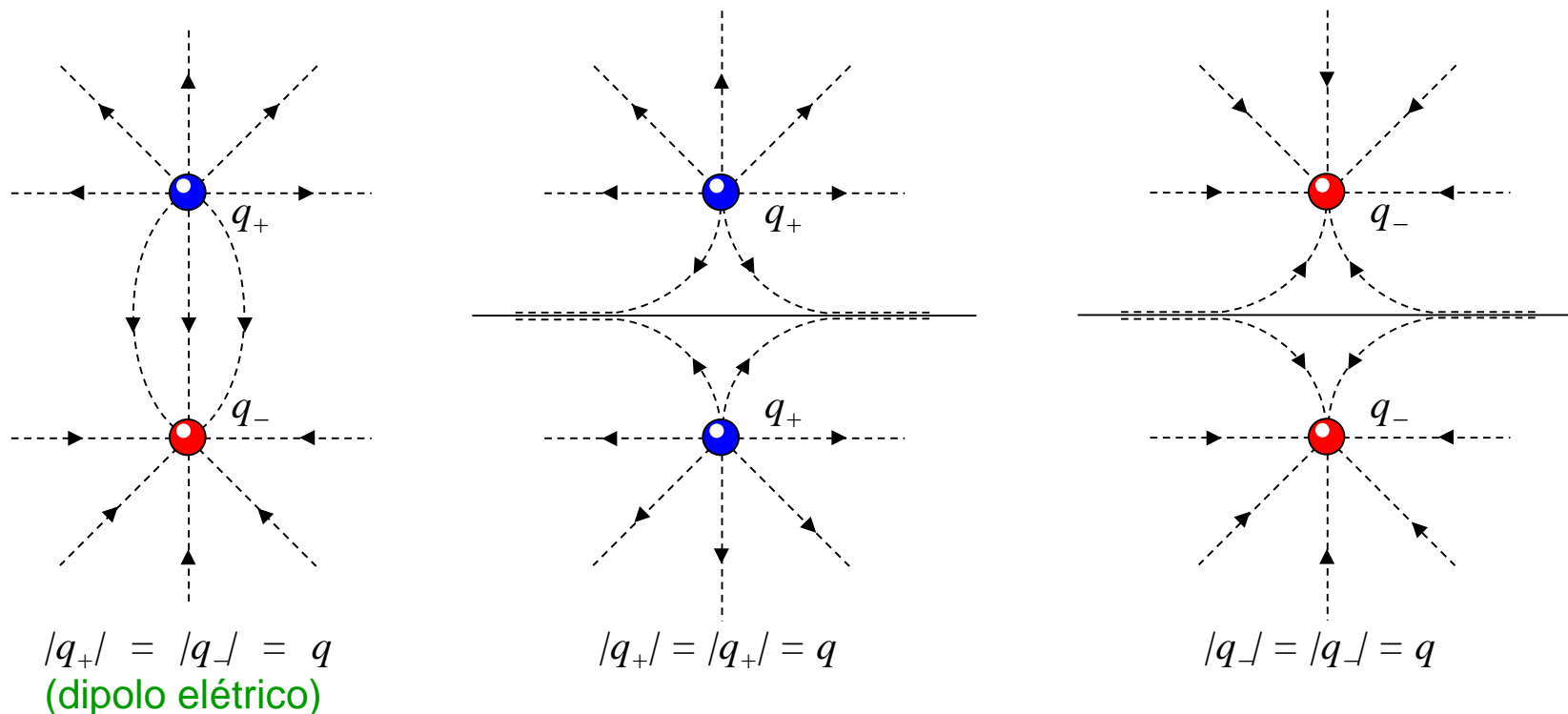
2) Linhas de campo geradas por um plano não condutor

Características: placa fina, não condutora, infinitamente grande, carregada positivamente com distribuição uniforme de carga.



3) Linhas de campo geradas por duas cargas elétricas iguais em módulo

Características: cargas elétricas esféricas (ou puntiformes) iguais em módulo.



Campo Elétrico para Alguns Casos

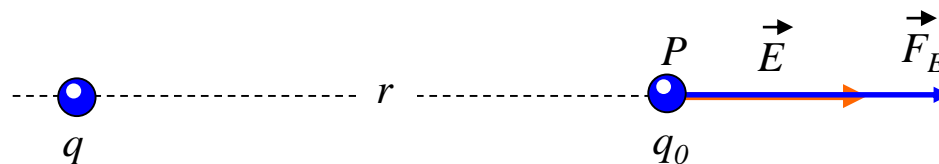
Distribuições de Cargas Elétricas

- Distribuições Discretas de Cargas Elétricas: quando podemos identificar as cargas elétricas e nomeá-las.
- Distribuições Contínuas de Cargas Elétricas: quando não podemos identificar as cargas nem nomeá-las separadamente.

Distribuições Discretas de Cargas Elétricas

1) Campo Elétrico Criado por Cargas Puntiformes

Características: carga elétrica puntiforme positiva e isolada.



q → carga puntiforme.

q_0 → carga de teste.

E → módulo do campo elétrico gerado pela carga elétrica q no ponto P .

F_E → módulo da força eletrostática devido a interação de q sobre q_0 no ponto P .

Força Eletrostática:

Módulo: $F_E = k_E \frac{q q_0}{r^2}$.

Direção: linha que une as duas cargas.

Sentido: se q é positiva → sentido de x positivo.
se q é negativa → sentido de x negativo.

Campo Elétrico:

Módulo: $E(P) = \frac{F_E}{q_0} = \frac{1}{q_0} k_E \frac{q q_0}{r^2}$ ou $E(P) = k_E \frac{q}{r^2}$.

Direção e Sentido: os mesmos de F_E .

Podemos determinar o campo elétrico em vários pontos ao redor de uma carga puntiforme simplesmente deslocando a carga de teste para todos estes pontos.

2) Campo Elétrico Criado por mais de uma Carga Puntiforme

Características: N cargas elétricas puntiformes.

Se colocarmos q_0 próximo de N cargas puntiformes ($q_1, q_2, q_3, \dots, q_N$), a força eletrostática resultante de módulo F_0 , sobre q_0 , é dado pelo princípio da superposição:

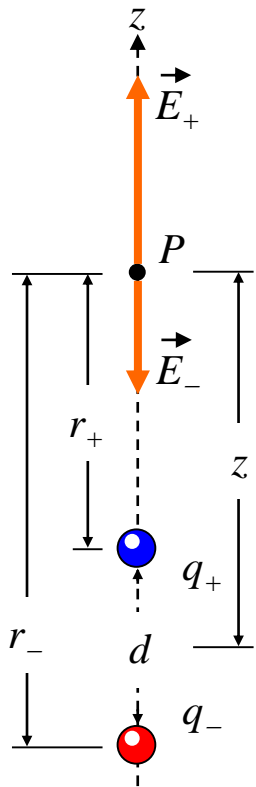
$$\vec{F}_0 = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots + \vec{F}_N$$

como $E(P) = \frac{F_E}{q_0}$ equivalente a dividir toda expressão por q_0 , então

$$\vec{E}(P) = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \dots + \vec{E}_N \quad \text{ou} \quad \vec{E}(P) = \sum_{i=1}^N \vec{E}_i .$$

3) Campo Elétrico Criado por um Dipolo Elétrico

Características: duas cargas elétricas puntiformes iguais em módulo separadas por uma distância d . Buscamos calcular o campo elétrico em um ponto P a uma distância z do centro das cargas elétricas.



$$|q_+| = |q_-| = q$$

→ carga do dipolo elétrico.

$$d$$

→ distância dipolar.

eixo z

→ eixo do dipolo elétrico ou eixo dipolar.

$$z$$

→ distância do dipolo elétrico ao ponto P .

$$\vec{p} = q \vec{d}$$

→ momento de dipolo elétrico.

Aplicando o princípio da superposição, para obtermos o campo elétrico no ponto P

$$|\vec{E}(P)| = |\vec{E}_+| + |\vec{E}_-| \quad \text{ou} \quad E(P) = k_E \frac{q_+}{r_+^2} - k_E \frac{q_-}{r_-^2}$$

$$\text{usando} \left\{ \begin{array}{l} |q_+| = |q_-| = q \\ r_+ = z - d/2 \\ r_- = z + d/2 \end{array} \right.$$

$$E(P) = k_E \frac{q}{(z - d/2)^2} - k_E \frac{q}{(z + d/2)^2}$$

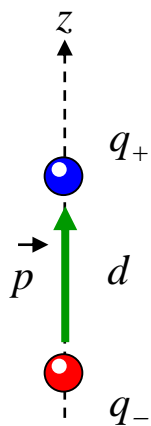
$$E(P) = \frac{k_E q}{z^2} \left[\left(1 - \frac{d}{2z}\right)^{-2} - \left(1 + \frac{d}{2z}\right)^{-2} \right]$$

Como $d \ll z$, podemos expandir em série (Série Binomial, por exemplo) o termo entre parênteses: $\left(1 \mp \frac{d}{2z}\right)^{-2}$.

$$(a + x)^n = a^n + \frac{n}{1!} a^{n-1} x + \frac{n(n-1)}{2!} a^{n-2} x^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!} a^{n-3} x^3 + \dots$$

válida somente para $x \ll 1$.

$$E(P) = 2 k_E \frac{q d}{z^3} = \frac{1}{2\pi \epsilon_0} \frac{q d}{z^3} \quad \text{ou} \quad \vec{E}(P) = \frac{1}{2\pi \epsilon_0} \frac{\vec{p}}{z^3}.$$



Momento de Dipolo Elétrico

- 1) O produto $q d$ é chamado de momento de dipolo elétrico p .
- 2) O dipolo elétrico é usado para especificar a direção do eixo do dipolo elétrico, e o sentido é o da carga elétrica negativa para a positiva.
- 3) O momento de dipolo elétrico, \vec{p} , é uma propriedade fundamental de um dipolo elétrico.
- 4) Embora tenhamos calculado para o eixo do dipolo o resultado $E \propto 1/r^3$ vale para qualquer distância do dipolo.
- 5) $\vec{E} // \vec{p}$ para todos os pontos distantes do dipolo e sobre o eixo do dipolo.

6) Comparando Dipolo Elétrico e Carga Puntiforme

Dipolo Elétrico: se dobramos a distância do dipolo ao ponto P , o campo elétrico cairá de $1/8$.

Carga Puntiforme: se dobramos a distância da carga puntiforme ao ponto P , o campo elétrico cairá de $1/4$.

Conclusão: o campo elétrico do dipolo elétrico cai mais rapidamente a *zero* do que o da carga puntiforme. Podemos, então, intuir que o dipolo, à longas distâncias, tende a parecer que os centros de carga coincidem (se anulam).

Distribuições Contínuas de Cargas Elétricas

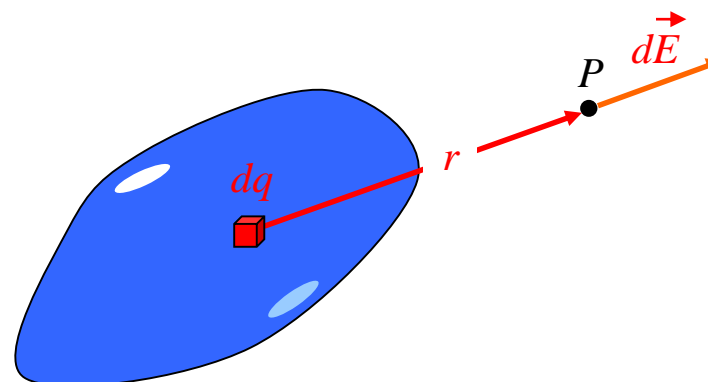
Distribuição de cargas elétricas contendo, provavelmente, bilhões de carga (por excesso ou falta de elétrons) puntiformes estreitamente espaçadas de tal maneira que forma um contínuo de cargas.

Densidade de Cargas Elétricas: quando tratamos com distribuições contínuas de cargas, precisamos introduzir um conceito de densidade de carga elétrica, como uma grandeza auxiliar que nos permite efetuar os cálculos.

Nome	Símbolo	Unidade (S.I.)
Carga elétrica	q	C
Densidade linear de carga elétrica	$\lambda = q / L$	C/m
Densidade superficial de carga elétrica	$\sigma = q / A$	C/m ²
Densidade volumétrica de carga elétrica	$\rho = q / V$	C/m ³

Método para resolver o problema (“Lei de Coulomb”)

1º Passo) Tomamos uma pequena porção do objeto carregado com carga dq .



2º Passo) A carga dq gera no ponto P , que está a uma distância r da carga, um campo elétrico dE .

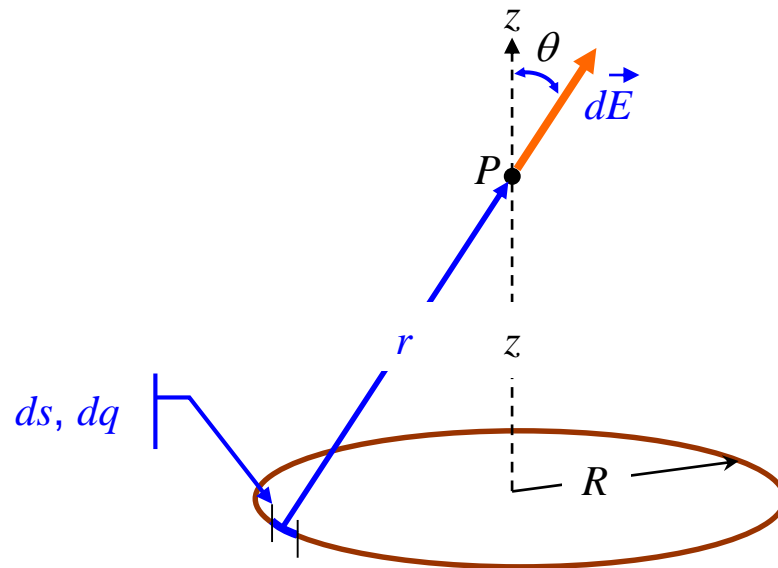
3º Passo) Encontramos o campo $E(P)$ por integração de dE .

Candidatos a dq :

- a) dq pode ser tão pequeno quanto se queira → carga puntiforme.
- b) podemos ter dados auxiliares → usamos estes dados.

1) Campo Elétrico Criado por um Anel Carregado

Características: encontrar o campo elétrico em um ponto P , de um anel de raio R uniformemente carregado com carga q , a uma altura z do anel.



- R → raio do anel.
 z → distância do centro do anel ao ponto P .
 dq → elemento diferencial de carga elétrica, do anel.
 ds → elemento diferencial de arco, do anel.
 dE → módulo do campo elétrico gerado pela carga elétrica dq no ponto P .
 r → distância entre dq e o ponto P .

Quando percorremos o anel, o elemento ds sempre terá um outro elemento ds idêntico no lado oposto do anel. Logo as componentes cartesianas perpendiculares a z , do campo elétrico se cancelam aos pares, restando somente as componentes na direção z :

$$dE_{\perp} = 0 \text{ N/C} \quad \text{e} \quad dE_z \neq 0.$$

$$dE_z = dE \cos \theta \begin{cases} dE = k_E \frac{dq}{r^2} & r^2 = R^2 + z^2 \\ \cos \theta = z/r & \lambda = q/L = dq/ds = \text{Cte} \end{cases}$$

$$dE_z = dE \cos \theta = k_E \frac{\lambda z}{(R^2 + z^2)^{3/2}} ds$$

$$E(P) = \int dE_z = k_E \frac{\lambda z}{(R^2 + z^2)^{3/2}} \int_0^{2\pi R} ds = \frac{k_E \lambda z (2\pi R)}{(R^2 + z^2)^{3/2}}$$

Como $\lambda = q/L = q/2\pi R$, então $q = \lambda (2\pi R)$:

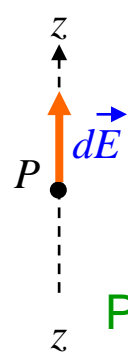
$$E(P) = k_E \frac{q z}{(R^2 + z^2)^{3/2}}$$

Análise do resultado:

- 1) quando $z \gg R$, $(R^2 + z^2)^{3/2} \rightarrow z^3$, e $E(P) \rightarrow k_E q/z^2$ (tende a carga puntiforme).
- 2) para um ponto no centro do anel, $z = 0$ m, $E(P) = 0$ N/C. Que está de acordo com a suposição de que no centro do anel o campo elétrico se cancela aos pares.

2) Campo Elétrico Criado por um Disco Carregado

Características: encontrar o campo elétrico em um ponto P , de um disco isolante de raio R uniformemente carregado com carga q na face superior, a uma altura z do centro do disco.



- R → Raio do disco isolante.
 z → distância do centro do disco ao ponto P .
 r' → raio do anel de carga dq .
 dr' → elemento de largura do anel de raio r' .
 dE → campo elétrico gerado pela carga dq no ponto P .

Para encontrarmos o campo elétrico devemos integrar dE para todos os anéis de zero a R :

$$E(P) = \int dE$$

Para este problema temos um cálculo auxiliar, uma vez que resolvemos o problema do anel carregado

$$E(P) = \int dE = k_E z \pi \sigma \int_0^R \frac{2 r' dr'}{(z^2 + r'^2)^{3/2}}$$

Esta integral tem a forma da integral tabelada:

$$\int u^m du = \frac{u^{m+1}}{m+1}$$

$$dE \left\{ \begin{array}{l} dE = k_E \frac{z dq}{(z^2 + r'^2)^{3/2}} \\ \sigma = q/A = dq/dA = Cte \\ dA = (2\pi r') dr' \end{array} \right.$$

Então temos finalmente $E(P) = k_E 2\pi \sigma \left[1 - \frac{z}{(z^2 + R^2)^{1/2}} \right]$ ou

$$E(P) = \frac{\sigma}{2 \epsilon_0} \left[1 - \frac{z}{(z^2 + R^2)^{1/2}} \right]$$

Análise do resultado:

- 1) quando $R \rightarrow$ muito grande e z finito, $z/(z^2+R^2)^{1/2} \rightarrow 0$, e $E(P) \rightarrow \sigma/2\varepsilon_0$ (tende ao campo gerado por um plano isolante infinito).
- 2) quando, $z = 0$ m, R finito, $z/(z^2+R^2)^{1/2} \rightarrow 0$, e $E(P) \rightarrow \sigma/2\varepsilon_0$.
- 3) para pontos muito distantes do disco, expandimos $z/(z^2+R^2)^{1/2}$ em série binomial (por exemplo) e chegamos em $E(P) \rightarrow k_E q/z^2$ que é o comportamento de carga puntiforme.

Dinâmica da Carga Elétrica num Campo Elétrico Externo

1) Cargas Puntiformes num Campo Elétrico Externo

Antes: dada a distribuição de carga elétrica, podíamos determinar o campo elétrico criado.

Agora: determinamos o que acontece com uma partícula carregada que está fixa, ou que se move, num campo elétrico criado externamente.

A força eletrostática sobre a carga elétrica devido ao campo elétrico:

$$\vec{F}_E = q \vec{E}$$

q → carga elétrica.

E → módulo do campo elétrico existente.

F_E → módulo da força eletrostática devido a interação de E sobre q .

A força eletrostática sobre a carga elétrica devido ao campo elétrico:

$$\vec{F}_E = q \vec{E} = m \vec{a} \quad \text{ou} \quad \boxed{\vec{a} = \frac{q}{m} \vec{E}} .$$

Como a aceleração escalar é constante, teremos um **Movimento Retilíneo Uniformemente Variado** (MRUV), e portanto a partícula carregada é acelerada na presença de um campo elétrico.

Alguns Exemplos de Cargas Elétricas em Campos Elétricos

1º Caso) Medindo a Carga Elementar.

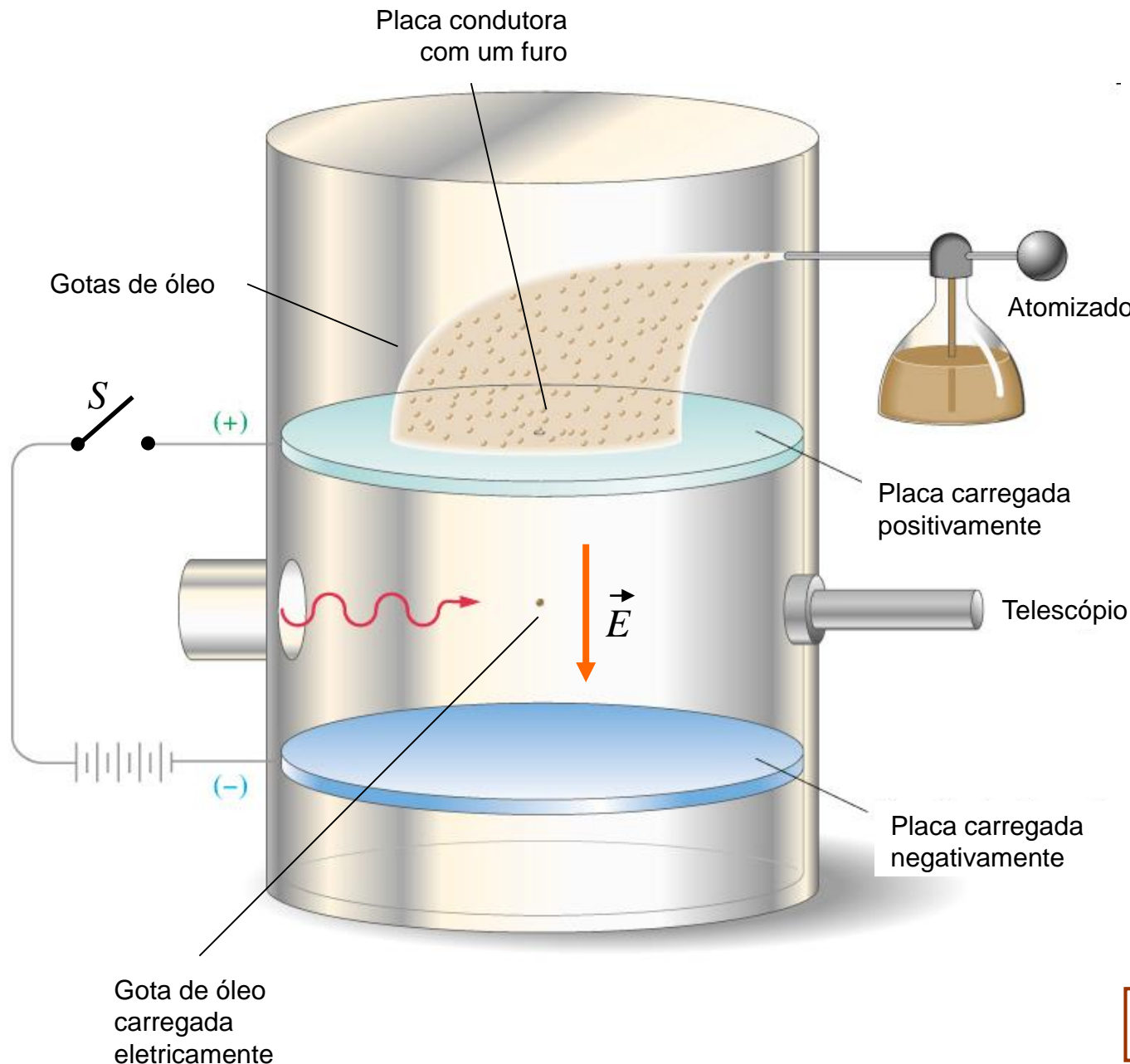


Robert Andrews Millikan (22 de março de 1868, Morrison – San Marino, 19 de dezembro de 1953 – EUA) foi um físico experimental norte americano.

Ganhou o Prêmio Nobel de física pela sua da carga do elétron e pelo seu trabalho sobre o Efeito Fotoelétrico.

De 1910 a 1913 realizou a experiência (com gotas de óleo) que culminou com a medida da Carga Elementar e :

$$\boxed{e = 1,602 \times 10^{-19} \text{ C}} .$$



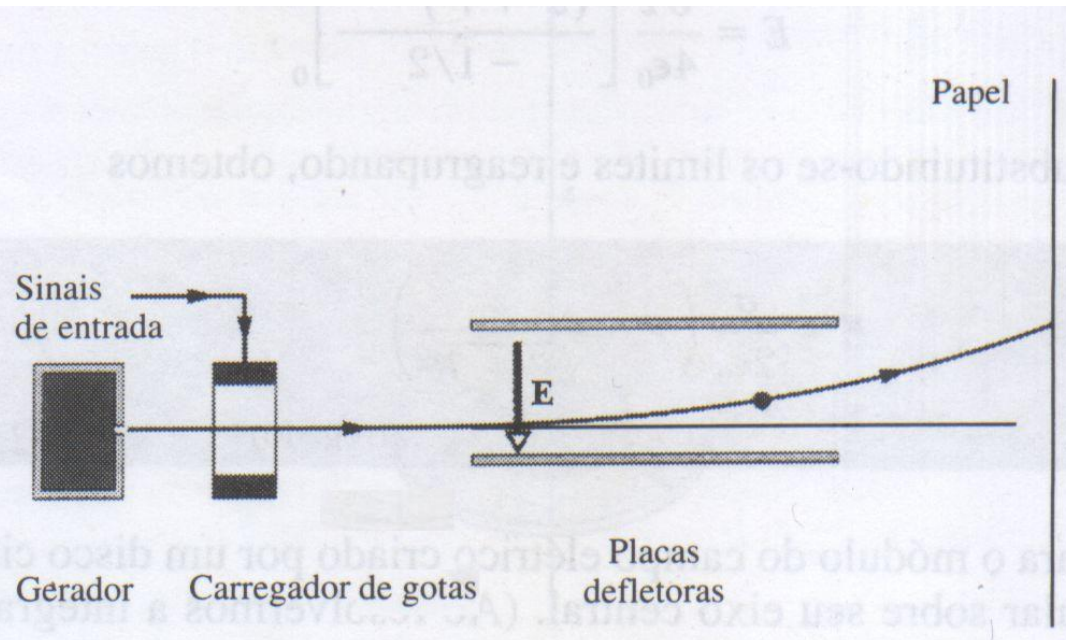
Originalmente, a experiência de Robert A. Millikan, não tinha uma fonte de radiação para ionizar as partículas de óleo (este é um recurso atual). Originalmente, estas gotas de óleo ficavam carregadas por atrito com o atomizador.

Na experiência, original de Millikan, havia uma chave S (liga/desliga), que permitia carregar as placas condutoras com cargas positivas e negativas e portanto gerando um campo elétrico de cima para baixo.

Cronometrando o movimento da gota de óleo, fechando e abrindo S , Millikan descobriu (supondo uma gota com carga elétrica negativa):

$$q = N e, N = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$$

2º Caso) Impressão por Jato de Tinta.



A gota de tinta (carregada eletricamente) é desviada para cima (ou para baixo, dependendo da carga elétrica) e atinge o papel numa posição determinada por E e q .

$$\vec{F}_E = q \vec{E}$$

1) Na prática $E = \text{Cte}$ e q varia de acordo com o carregador de gotas.

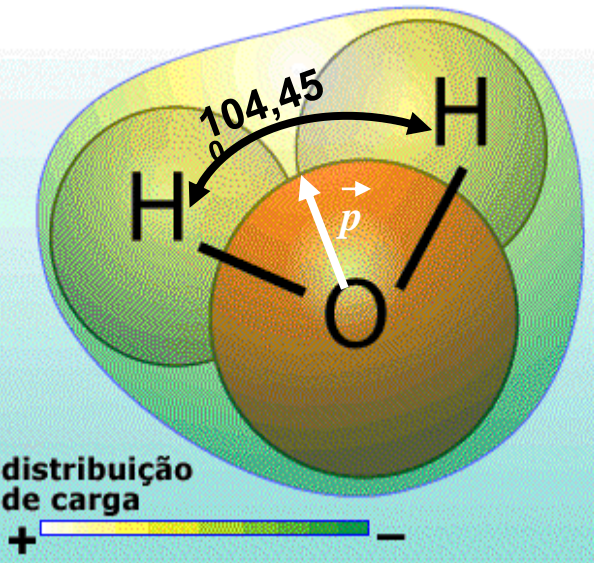
2) O carregador de gotas é ativado por sinais eletrônicos, que codificam o material a ser impresso.

2) Um Dipolo num Campo Elétrico

$\vec{p} = q \vec{d} \rightarrow$ momento de dipolo elétrico, grandeza vetorial, cuja direção está ao longo do eixo do dipolo, apontando da carga negativa para positiva.

O comportamento de um dipolo elétrico, num campo elétrico uniforme, pode ser entendido em termos dos dois vetores \vec{E} e \vec{p} , não necessitando qualquer outro detalhe sobre a estrutura do dipolo.

Ex.: molécula da água (H_2O)



$O \rightarrow Z = 8 \rightarrow 8$ elétrons (para átomo neutro N° prótons = N° elétrons).

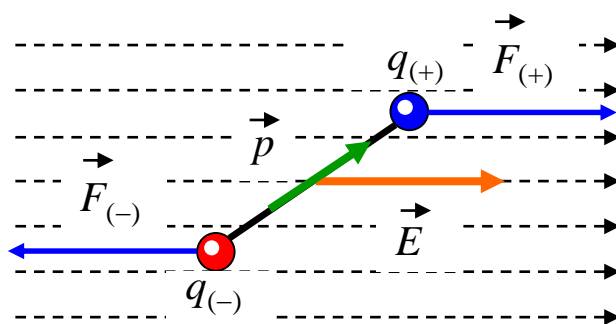
$H \rightarrow Z = 1 \rightarrow 1$ elétron.

$\hat{H}H \rightarrow$ ângulo $H-O-H$ de $104,45^\circ$ (aproximadamente 104°).

$\vec{p} \rightarrow$ momento de dipolo elétrico.

Os $10e$ da molécula tendem a permanecer mais próximos do Oxigênio do que dos Hidrogênios, criando um momento de dipolo permanente.

Se colocamos a molécula de água num campo elétrico externo, ela se comportará da mesma forma que um dipolo elétrico:



Supondo que o dipolo seja uma estrutura rígida (“halteres”), que consiste de dois centros de cargas opostas (cada uma de módulo q), separadas de uma distância d , em um campo elétrico uniforme.

1) Temos $\sum F = 0 \text{ N} \rightarrow$ equilíbrio translacional, onde

$$|\vec{F}_{(+)}| = |\vec{F}_{(-)}| = |q| |\vec{E}|$$

2) Mas $\sum \tau \neq 0 \text{ Nm} \rightarrow$ não está em equilíbrio rotacional, onde $\vec{\tau} \stackrel{\text{def.}}{=} \vec{r} \times \vec{F}$.

$$\vec{\tau}_E = \vec{r} \times \vec{F} = \vec{\tau}_{(+)} + \vec{\tau}_{(-)} = \frac{\vec{d}}{2} \times \vec{F}_{(+)} + \frac{\vec{d}}{2} \times \vec{F}_{(-)} \text{ como } |\vec{F}_{(+)}| = |\vec{F}_{(-)}|, \text{ isto é } |q_{(+)}| |\vec{E}| = |q_{(-)}| |\vec{E}|$$

$$\vec{\tau}_E = \vec{d} \times \vec{F}_E = \vec{d} \times (q \vec{E}) = (q \vec{d}) \times \vec{E} \text{ ou } \boxed{\vec{\tau}_E = \vec{p} \times \vec{E}}.$$

Torque Resultante Sobre o Dipolo Elétrico:

Módulo: $\boxed{\tau_E = -p E \sin \theta}$.

Direção e Sentido: do produto vetorial (ou externo) entre \vec{p} e \vec{E} .

Energia Potencial de um Dipolo Elétrico

Podemos associar energia potencial elétrica à orientação de um dipolo elétrico em um campo elétrico.

1) O dipolo elétrico tem a energia mínima quando se encontra na posição de equilíbrio $\rightarrow \vec{p} \parallel \vec{E}$ ($\vec{\tau}_E = \vec{p} \times \vec{E} = \vec{0}$) ou $\theta = 0^\circ \rightarrow$ Posição de equilíbrio estável.

2) Em qualquer outra posição ($\theta \neq 0^\circ$) sua energia será maior.

Fazendo um Paralelo entre o Dipolo Elétrico e o Pêndulo:

a) O dipolo elétrico se comporta como um pêndulo, que tem a sua menor energia na posição de equilíbrio.

$$\text{Ex.: para } \vec{p} // \vec{E} (\theta = 0^0) \rightarrow \vec{\tau}_E = \vec{p} \times \vec{E} = \vec{0}.$$

b) Em qualquer outro ponto ($\theta \neq 0^0$) sua energia é maior em módulo.

Para girar o dipolo elétrico, é necessário que um agente externo execute o trabalho (negativo) \rightarrow pêndulo x peso, dipolo x torque.

Em qualquer situação envolvendo energia potencial, podemos escolher arbitrariamente a configuração de energia potencial nula (somente ΔU , ΔE e ΔK , ou seja, variações de energia, é que têm significado físico)

[Revisão Conceitual]

Sistemas Conservativos

1) “A energia mecânica total de um sistema conservativo, se conserva.”

$$\Delta E = \Delta U + \Delta K = 0$$

onde $\Delta E = E_f - E_i = 0$, $E_f = E_i$ e $\Delta K = -\Delta U$ ou $\Delta U = -\Delta K$.

2) Teorema Trabalho x Energia Cinética (“teorema trabalho energia”)

então $\overset{def.}{\Delta K} = W$ ou $W_{if} = K_f - K_i$.

Como $\Delta U = -\Delta K = -W$, $\Delta U = -W_{if}$.

“O Trabalho **Independente** da trajetória, para sistemas conservativos.”

3) e todas as forças envolvidas, são ditas conservativas (Forças Conservativas ou forças não dissipativas).

4) Trabalho devido a uma força constante e devido a uma força variável:

$$W_{if} \overset{def.}{=} \vec{F} \cdot \vec{r} \text{ ou } W_{if} \overset{def.}{=} \int_i^f \vec{F} \cdot d\vec{s} \rightarrow \text{para translação.}$$

$$W_{if} \overset{def.}{=} \int_{\theta_i}^{\theta_f} \tau d\theta \rightarrow \text{para rotação.}$$

Como a força eletrostática é uma força conservativa, o sistema dipolo elétrico em um campo elétrico é conservativo (torque elétrico é devido a forças conservativas), que generalizando:

$$\Delta U = -W_{if} = -\int_{\theta_i}^{\theta_f} \tau_E d\theta = -\int_{\theta_i}^{\theta_f} (p E \text{ sen } \theta) d\theta = -p E \int_{\theta_i}^{\theta_f} \text{sen } \theta d\theta$$

$$\Delta U = (p E \cos \theta_f - p E \cos \theta_i) = U_f - U_i$$

Adotando um referencial ($\theta_i = 90^\circ$) onde a energia de referência $U_i = 0$ e $U_f = U$,

$$\Delta U = U = \vec{p} \cdot \vec{E}$$

- 1) Energia máxima ($U = p E$). quando $\theta = 0^\circ$ ou $\vec{p} // \vec{E}$.
- 2) Energia nula ($U = 0 \text{ J}$) quando $\theta = 90^\circ$ ou $\vec{p} \perp \vec{E}$.
- 3) Energia mínima ($U = -p E$) quando $\theta = 180^\circ$ ou \vec{p} anti-paralelo a \vec{E}

Lista de Exercícios Complementar 2

8E)	pág. 32
25E)	pág. 35
31P)	pág. 35
33P)	pág. 36
35P)	pág. 36
42E)	pág. 36
56P)	pág. 37
59P)	pág. 37