5. Capacitância (baseado no Halliday, 4ª edição)

A Utilização dos Capacitores

Como podemos armazenar energia?

a. Mecânica: esticando uma corda de um arco, distendendo uma mola, comprimindo um gás, levantando um livro, etc.

b. Elétrica: no campo elétrico no interior de um capacitor, no campo magnético em um solenóide, etc.

Ex.: 1) "durante o processo de carga, o capacitor de uma bateria portátil de uma máquina fotográfica, acumula carga com lentidão, criando assim um campo elétrico, nesse período de tempo. A manutenção do campo e de sua energia ocorre até o momento em que acontece a rápida liberação da energia durante a curta duração do *flash*."

2) aplicação de capacitores $\rightarrow$ transmissores e receptores de rádio e TV, bancos de memórias dos computadores, etc.

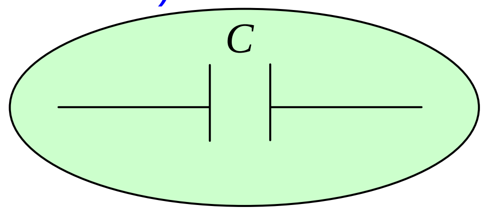
Capacitância

Conceito: propriedade dos capacitores e depende da sua geometria e do material isolante do qual é construído.

Capacitores ("condensadores" $\rightarrow$ antigo)

a) Apresentam grande variedade de tamanho e forma.

b) Elementos básicos: dois condutores (placas ou armaduras) separadas por um material isolante (dielétrico).

c) Símbolo: 

$\rightarrow$ usado para qualquer geometria.

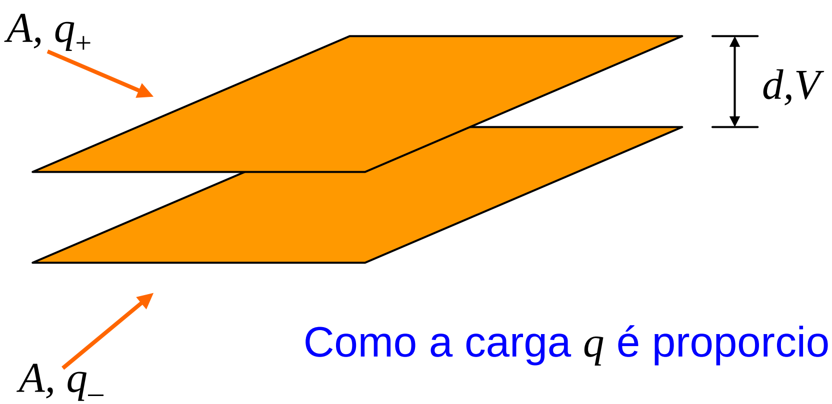
Inicialmente trataremos genericamente o isolante entre as placas do capacitor:

a) quando o capacitor é carregado, suas placas adquirem cargas iguais e de sinais opostos, q_+ e q_- $\rightarrow$ chamamos $|q|$ de carga do capacitor.

$$|q_+| = |q_-| = q$$

b) as placas condutoras constituem superfícies equipotenciais ($V_i = V_f$ para todos os pares de pontos (i, f) sobre a mesma placa).

c) entre as placas temos ΔV (d. d. p.) e representaremos por V por motivos históricos.



q_+ e q_- → cargas das armaduras superior e inferior.
A → área das armaduras.
d → distância entre as armaduras.
V → d. d. p. entre as armaduras

Como a carga q é proporcional ao potencial V, $q \propto V$

$$\boxed{q = C\,V}$$

onde C é uma constante de proporcionalidade cujo valor depende da geometria entre as placas (Capacitância).

Unidade (C):

a) $[C] = [q] / [V]$ → no S. I. → **C / V** → recebe o nome de *farad* (**F**).

b) Valor unitário

$$\boxed{1F = \frac{1\,C}{1\,V}}$$

Como o *farad* é uma unidade muito grande, usamos geralmente, os múltiplos do farad: 1μ F (10^{-6} F), 1 pF (10^{-12}F), etc.

Carregando um Capacitor

Ex.: colocando-o num circuito elétrico.

Alguns Conceitos Necessários:

1) Circuito elétrico: caminho através do qual uma corrente elétrica pode fluir.

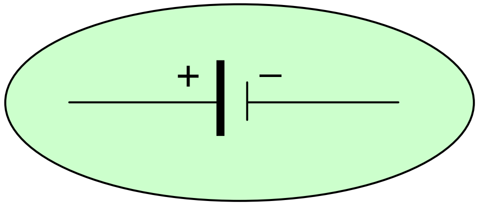
2) Corrente elétrica: 1. movimento de cargas em um condutor 2. movimento ordenado de cargas num condutor.

Sentidos: real $\rightarrow$ portadores de cargas negativos.
convencional $\rightarrow$ portadores de cargas positivos.

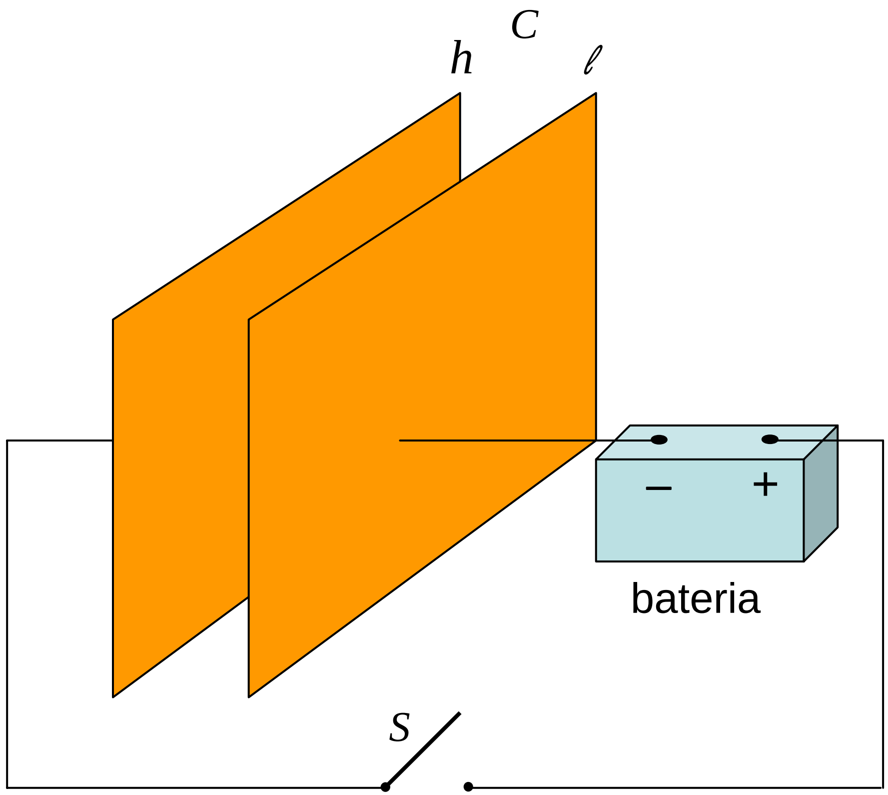
3) Bateria: dispositivo que mantém a d. d. p. fixa entre seus terminais, devido (provavelmente) às reações químicas internas.

Terminais: positivo $\rightarrow$ terminal de potencial mais alto.
negativo $\rightarrow$ terminal de potencial mais baixo.

Símbolo:



4) Terminais: pontos nos quais a corrente elétrica pode entrar ou sair de uma bateria.



circuito

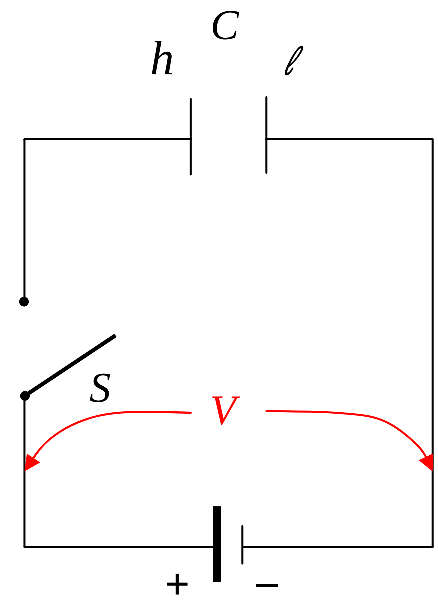


diagrama esquemático

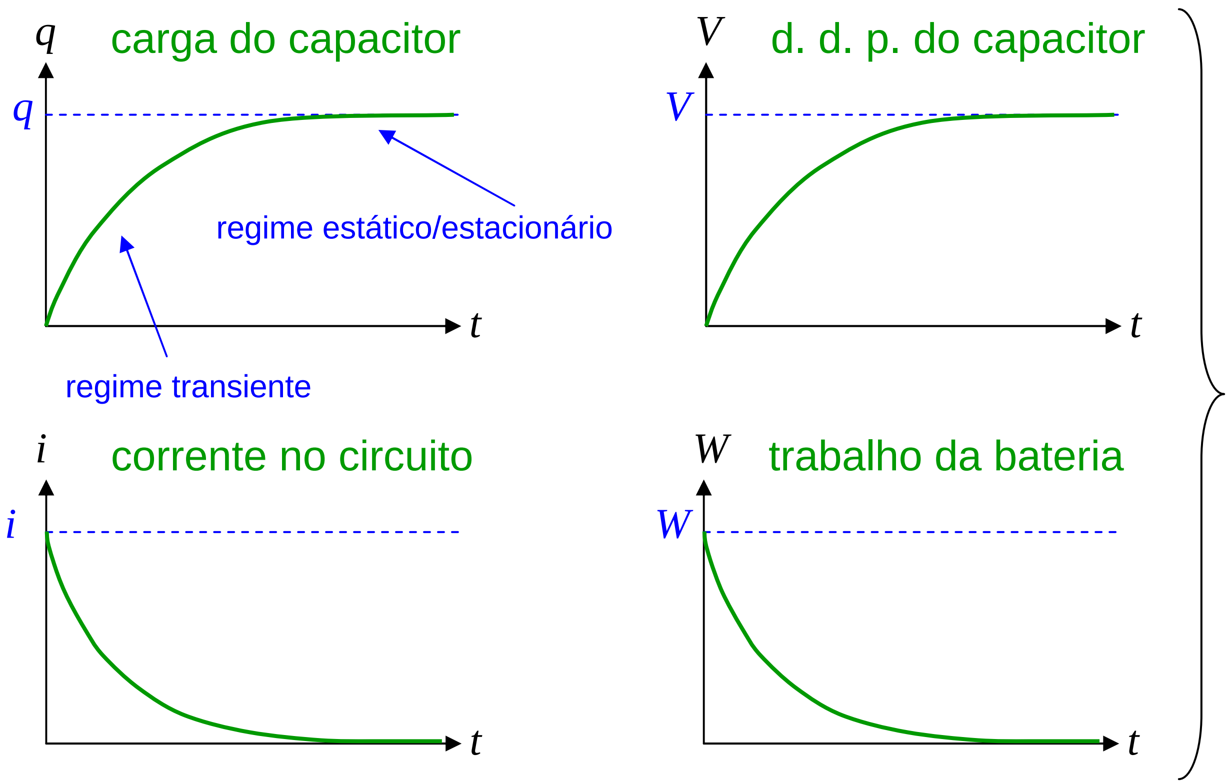
O capacitor:

1) Inicialmente descarregado até que a chave S seja fechada.

2) Fechando o circuito (fechando S), a corrente flui do potencial mais alto para h e da placa ℓ para o potencial mais baixo da bateria (corrente convencional) $\rightarrow$ regime transiente.

3) O fluxo de cargas cria uma carga q_+ em h e q_- em ℓ e uma d. d. p. V entre as placas (a mesma que a bateria).

4) Assim que V é estabelecido entre as placas, a corrente cessa e o capacitor fica completamente carregado com carga q e d. d. p. $V \rightarrow$ regime estático/estacionário.



Ver circuito RC

Cálculo da Capacitância

Para calcularmos a capacitância de capacitores com várias geometrias diferentes, temos que adotar um plano geral de solução.

Plano Geral de Solução:

1. Supomos uma carga q entre as placas do capacitor (regime estático/estacionário estabelecido).

2. Calculamos o campo elétrico $\vec{E}$ entre as placas do capacitor, em termos da carga q, usando a Lei de Gauss.

$$\varepsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = q$$

3. Conhecendo o campo elétrico, calculamos a d. d. p. V entre as placas usando

$$\Delta V = V = -\int_i^f \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

4. Com q e V, calculamos a capacitância de

$$q = C\,V$$

Para simplificar o cálculo de E e V, vamos fazer algumas suposições:

Suposições

a) Cálculo do campo elétrico $\vec{E}$ usando a Lei de Gauss

$$\varepsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = q$$

onde q é a carga líquida no interior da superfície gaussiana.

A superfície gaussiana é hipotética e por isto, podemos escolhê-la da maneira que melhor nos convier, então:

"Em todos os casos consideraremos que superfície gaussiana é tal que quando $\vec{E}$ passar através dela, terá um módulo constante e que seja paralelo ao vetor de área."

$$\vec{E} \; // \; d\vec{A}, \quad \varepsilon_0 \oint E \, dA \underbrace{\cos\theta}_{1(\theta = 0^0)} = q, \quad \varepsilon_0 \oint E \, dA = q$$ e como $E = C\underline{te}$ em dA

$$\boxed{\varepsilon_0 \, E \, A_{s.g.} = q}$$

b) Cálculo da diferença de potencial V

Relacionamos a d. d. p. entre as placas com o campo elétrico com

$$\Delta V = V = -\int_i^f \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

Como a integral é calculada sobre uma trajetória e o seu resultado independe da escolha da trajetória, então escolhemos:

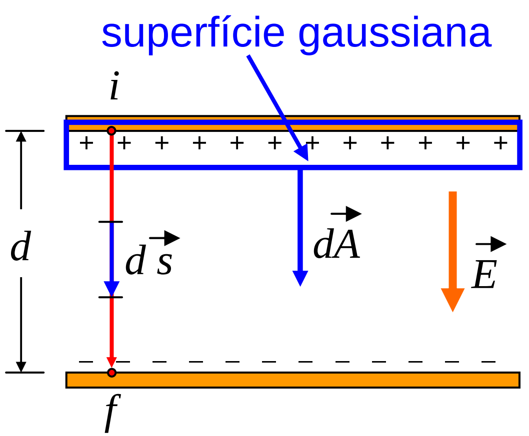
"A integral é calculada ao longo de uma trajetória que comece sobre a placa positiva e termine sobre a negativa, acompanhando sempre as linhas de campo."

$$\vec{E} \,//\, d\vec{s}\,, \quad \Delta V = V = -\int_i^f E\,ds\,\overbrace{\cos\theta}^{1(\theta\,=\,0^0)}\,, \quad V = -\int_i^f E\,ds \text{ e como } i \rightarrow + \text{ e } f \rightarrow -$$

$$\boxed{V = \int_+^- E\,ds}$$

Aplicações para Alguns Casos Especiais

1º Caso) Um Capacitor de Placas Paralelas



a) Consideraremos que: as placas são muito grandes e próximas para podermos ignorar os efeitos de distorção do campo elétrico na borda (vamos ignorar os efeitos de borda)

b) Vamos, então, adotar E = C<u>te</u> (uniforme) através de todo o volume entre as placas.

1º) O regime estático/estacionário já está estabelecido, portanto

$$|q_+| = |q_-| = q$$

2º) A superfície gaussiana engloba a carga positiva

$\varepsilon_0\, E\, A_{s.g.} = q$ como $A_{s.g.} = A$, então $E = \dfrac{q}{\varepsilon_0\, A} = Cte.$

3º) Cálculo da d. d. p.

$V = \int_{+}^{-} E\, ds = E \int_{+}^{-} ds = E\, d$, então $V = E\, d$.

4º) Cálculo da capacitância

$q = C\,V,\quad q = C\,(E\,d)$ e $\cancel{q} = C\,\dfrac{\cancel{q}}{\varepsilon_0\, A}\, d$ que explicitamente independe da carga q.

$$\boxed{C = \varepsilon_0\, \frac{A}{d}}$$

Obs.: 1) a capacitância só depende de fatores geométricos (A, d).

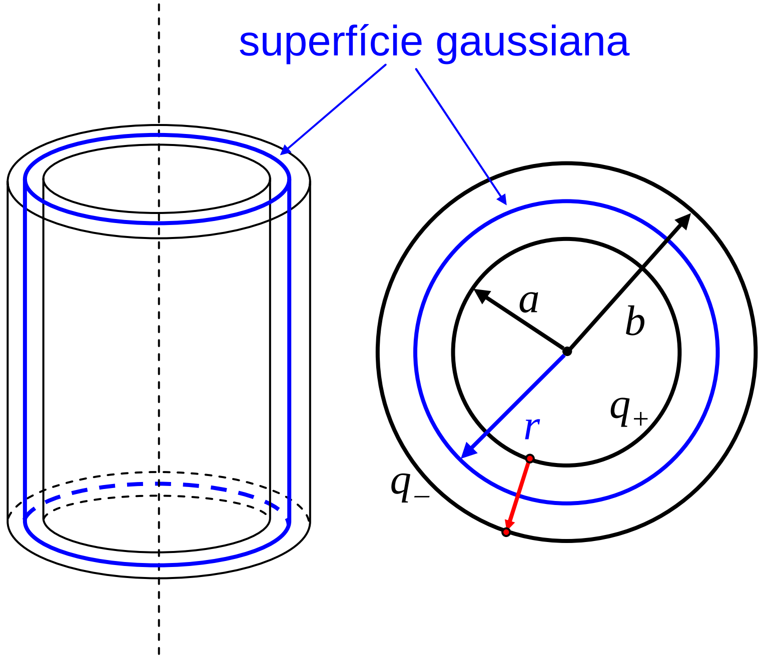
2) o cálculo acima sugere porque escrevemos $1/(4\pi\ \varepsilon_0)$ na Lei de Coulomb, se não tivéssemos, a capacitância cima, que é mais usada, não teria esta forma simples.

3) o resultado acima, nos permite expressar ε_0 (permissividade elétrica do vácuo) de forma mais apropriada (para problemas com capacitor)

$\varepsilon_0 = 8{,}85 \times 10^{-12}\ F/m = 8{,}85\ pF/m$ $\rightarrow$ problemas com capacitor.

$\varepsilon_0 = 8{,}85 \times 10^{-12}\ C^2/N\,m^2$ $\rightarrow$ problemas com a Lei de Coulomb.

2º Caso) Um Capacitor Cilíndrico



a) Seção transversal de um capacitor cilíndrico de comprimento L, formado por dois cilindros coaxiais de raios a e b.

b) Consideramos $L >> b$ para desprezar distorções, do campo elétrico que ocorre nas extremidades (efeito de borda).

a → raio do cilindro condutor interno.
b → raio do cilindro condutor externo.
q_+ → carga da armadura interna.
q_- → carga da armadura externa.

1º) O regime estático/estacionário já está estabelecido, portanto

$$|q_+| = |q_-| = q$$

2º) A superfície gaussiana engloba a carga positiva

$\varepsilon_0 \, E \, A_{s.g.} = q$ como $A_{s.g.} = (2\pi\, r)\, L$, então $E = \dfrac{q}{\varepsilon_0\, 2\pi\, r\, L}$.

3º) Cálculo da d. d. p.: $V = \int_+^- E\, ds = \dfrac{q}{2\pi\, \varepsilon_0\, L} \int_a^b \dfrac{dr}{r}$.

Como a integral é tabelada $\boxed{\int \frac{dx}{x} = \ln|x|}$.

$$V = \frac{q}{2\pi\,\varepsilon_0\,L}\ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

4º) Cálculo da capacitância

$q = CV,\quad \cancel{q} = C\left[\frac{\cancel{q}}{2\pi\,\varepsilon_0\,L}\ln\left(\frac{b}{a}\right)\right]$ que, novamente, explicitamente independe da carga q.

$$\boxed{C = 2\pi\,\varepsilon_0\,\frac{L}{\ln(b/a)}}$$

Obs.: C depende, somente de fatores geométricos L, a e b.

3º Caso) Um Capacitor Esférico

Usando a mesma figura anterior, como sendo um corte transversal de um capacitor esférico que consiste de duas cascas esféricas concêntricas de raios a e b.

1º) O regime estático/estacionário já está estabelecido, portanto

$$|q_+| = |q_-| = q$$

2º) A superfície gaussiana engloba a carga positiva

$\varepsilon_0\, E\, A_{s.g.} = q$ como $A_{s.g.} = 4\pi\, r^2$, então $E = \dfrac{1}{4\pi\,\varepsilon_0}\dfrac{q}{r^2}$.

3º) Cálculo da d. d. p.: $V = \displaystyle\int_{+}^{-} E\, ds = \frac{q}{4\pi\,\varepsilon_0}\int_a^b \frac{dr}{r^2}$.

A integral é da como $\boxed{\displaystyle\int u^m\, du = \frac{u^{m+1}}{m+1}}$.

$$V = \frac{1}{4\pi\,\varepsilon_0}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right) = \frac{1}{4\pi\,\varepsilon_0}\left(\frac{b-a}{a\,b}\right)$$

4º) Cálculo da capacitância

$q = C\,V$, $\cancel{q} = C\left[\dfrac{\cancel{q}}{4\pi\,\varepsilon_0}\left(\dfrac{ab}{b-a}\right)\right]$ que, novamente, explicitamente independe da carga q.

$$\boxed{C = 4\pi\,\varepsilon_0\,\frac{ab}{b-a}}$$

4º Caso) Um Esfera Isolada

Podemos atribuir uma capacitância a um único condutor esférico isolado, de raio a, supondo que a placa que falta é um condutor de raio esférico de raio infinito.

Motivo: as linhas de campo partem da superfície de um condutor carregado e isolado e devem terminar em algum lugar.

Podemos reescrever o resultado anterior e fazer $b \to \infty$:

$$C = 4\pi\,\varepsilon_0 \frac{ab}{b-a}\,\frac{\div b}{\div b} = 4\pi\,\varepsilon_0 \frac{a}{1-\underbrace{a/b}_{0}} \qquad \boxed{C = 4\pi\,\varepsilon_0\, a}$$

Obs.: genericamente, C em todos os casos pode ser escrita como $\boxed{C = \varepsilon_0\, \mathscr{L}}$

Capacitores em Série e Paralelo

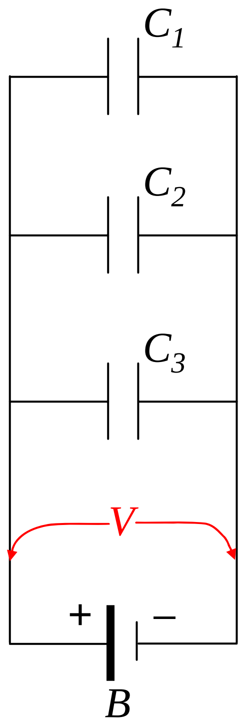
Problema central: encontrar o capacitor equivalente.

Capacitor Equivalente

Conceitos: 1) um único capacitor que tem a mesma capacitância que a combinação real de capacitores.

2) capacitor que sob a mesma d. .d. p. da bateria apresenta a mesma carga que a combinação de capacitores.

1) Capacitores em Paralelo



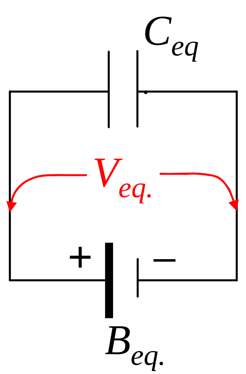
Três capacitores (C_1, C_2, e C_3) ligados em paralelo e a uma bateria B:

a) Os terminais da bateria estão ligados por fios condutores diretamente às placas dos 3 capacitores.

b) Como a bateria mantém a mesma d. d. p. V entre os terminais, ela aplica a mesma d. d. p. V através de cada capacitor.

"Dizemos que numa combinação de capacitores: estão ligados em paralelo, quando uma d. d. p. aplicada através da combinação resulta na mesma d. d. p. através de cada capacitor."

$V_{eq.} = V$ $q_{eq.} = q$



Circuito equivalente:

a) A bateria equivalente deve fornecer ao circuito equivalente uma d. d. p. igual à do circuito que está substituindo ($V_{eq.} = V$).

b) A carga elétrica equivalente fornecida ao capacitor equivalente é igual à carga fornecida pela bateria B aos capacitores em paralelo ($q_{eq.} = q$).

c) O capacitor equivalente: é equivalente (capacitância equivalente às anteriores) de tal forma que mantenha a d. d. p. ou a carga elétrica total armazenada na associação.

1º) A d. d. p. na combinação $\boxed{V_{eq.} = V = V_1 = V_2 = V_3 = \cdots}$

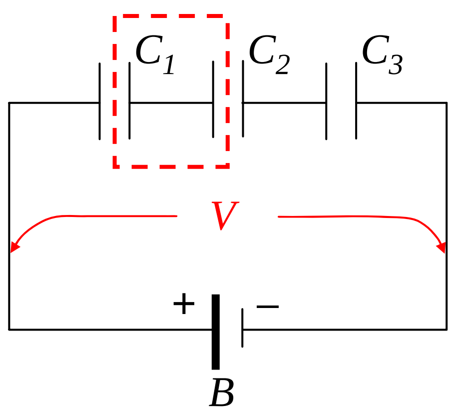
2º) A carga elétrica na combinação $\boxed{q_{eq.} = q = q_1 + q_2 + q_3 + \cdots}$

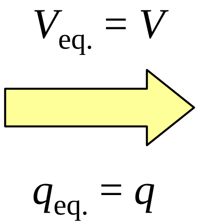
3º) Da lei básica sobre capacitância $\boxed{q = C\,V}$:

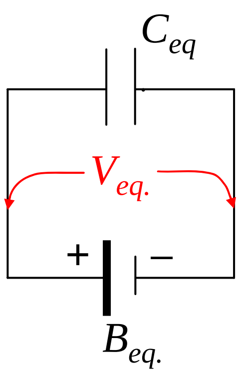
$q_{eq.} = C_{eq.}\,V_{eq.}$, $q_1 = C_1\,V_1$, $q_2 = C_2\,V_2$, $q_3 = C_3\,V_3$, $\cdots$. Da equação para carga

$C_{eq.}\,\cancel{V}_{eq.} = C\,\cancel{V} = C_1\,\cancel{V}_1 + C_2\,\cancel{V}_2 + C_3\,\cancel{V}_3 + \cdots$, $\boxed{C_{eq.} = C_1 + C_2 + C_3 + \cdots \text{ ou } C_{eq.} = \sum_{i=1}^{N} C_i}$

2) Capacitores em Série







Três capacitores (C_1, C_2 e C_3) ligados em série e, a uma bateria B, que mantém a d. d. p. V entre os seus terminais:

As d. d. p.(s) através dos capacitores C_1, C_2 e C_3 são V_1, V_2 e V_3.

"Dizemos que numa combinação de capacitores: estão ligados em série, quando a d. d. p. aplicada através da combinação é a soma das d. d. p.(s) através de cada capacitor."

1º) A d. d. p. na combinação $\boxed{V_{eq.} = V = V_1 + V_2 + V_3 + \cdots}$

2º) A carga elétrica na combinação $\boxed{q_{eq.} = q = q_1 = q_2 = q_3 = \cdots}$

Compreendendo o que acontece com as cargas:

a) Inicialmente a parte tracejada em vermelho do circuito, está "flutuando" (eletricamente isolada do circuito) e não contém carga líquida.

b) Exceto numa ruptura, não devemos ter corrente fluindo por este ponto, mesmo com a bateria ligada.

c) Ao ligarmos a bateria, esta produz uma separação de cargas com uma carga q_+ movendo-se para a esquerda e uma carga q_- para a direita (a carga líquida continua sendo zero) $\rightarrow$ carga induzida é que se movimenta na parte tracejada.

3º) Da lei básica sobre capacitância $\boxed{q = C\,V}$:

$$q_{eq.} = C_{eq.}\,V_{eq.}, \quad q_1 = C_1\,V_1\ , \ q_2 = C_2\,V_2\ , \ q_3 = C_3\,V_3\ , \ \cdots .$$

$$\frac{\cancel{q_{eq.}}}{C_{eq.}} = \frac{\cancel{q}}{C} = \frac{\cancel{q_1}}{C_1} + \frac{\cancel{q_2}}{C_2} + \frac{\cancel{q_3}}{C_3} + \cdots ,$$

$$\boxed{\frac{1}{C_{eq.}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \cdots \ \text{ou}\ \frac{1}{C_{eq.}} = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{C_i}}$$

Armazenamento de Energia num Campo Elétrico

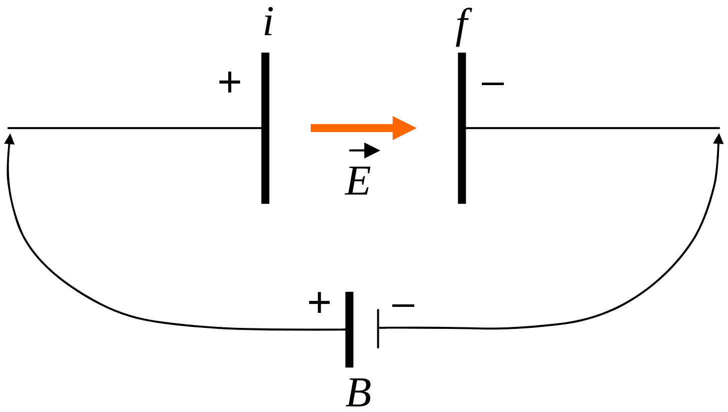
Um agente externo deve realizar trabalho para carregar um capacitor $\rightarrow$ bateria.

Existe Energia Armazenada?

Para responder esta questão, devemos começar com um capacitor descarregado.

a) um agente externo começa a retirar elétrons de uma placa, transferindo-os um a um, para a outra placa.

b) o campo elétrico se estabelece entre as placas e este, tende a se opor a uma transferência adicional de carga.



c) enquanto a carga se acumula sobre as placas do capacitor, o agente externo terá que aumentar a quantidade de trabalho cada vez mais.

Agente externo: a bateria, realiza trabalho às custas de sua energia química.

d) o trabalho necessário para carregar um capacitor, fica armazenado sob a forma de energia potencial elétrica U, no campo elétrico entre as placas, podendo ser liberada para o circuito, descarregando o capacitor.

V = Cte

$$\Delta V = V = -\frac{W_{if}}{q_0}\ ,\quad q_0 \to q\ ,\quad W_{if} = -qV,\quad dW = -(dq\,V + q\,dV)\ ,\quad dW = -V\,dq$$, como

$$V(q) = \frac{q}{C}\ ,\quad W_{if} = -\int_{q_i}^{q_f} \frac{q}{C}\,dq$$ ou $W_{if} = -\frac{1}{2C}(q_f^2 - q_i^2)$ usando $\Delta U = -W_{if} = \frac{1}{2C}(q_f^2 - q_i^2)$

$$\boxed{\Delta U = U = \frac{q^2}{2C}}\quad \text{ou} \quad \boxed{\Delta U = U = \frac{1}{2}CV^2}$$

Obs.: estas equações para energia potencial são totalmente gerais, valendo para qualquer geometria de capacitor.

1ª Resposta (justificativa para U estar armazenado em E)

Problema: considere 2 capacitores de placas paralelas, C_1 e C_2, idênticos, exceto que $d_1 = 2\,d_2$. Onde idênticos, significa $A_1 = A_2 = A$, $q_1 = q_2 = q$ e $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_0$.

Analisando

a) O volume entre as placas será o dobro $V_{ol.1} = 2\,V_{ol.2}$, $V_{ol.1} = A\,d_1$ e $V_{ol.2} = A\,d_2$

b) Da capacitância do capacitor de placas paralelas

$$C = \varepsilon_0 \frac{A}{d}\ ,\quad C_1 = \varepsilon_0 \frac{A}{d_1}\ ,\quad C_2 = \varepsilon_0 \frac{A}{d_2}\quad \text{e}\quad C_1 = \frac{1}{2} C_2\ .$$

c) A Lei de Gauss simplificada

de $q = \varepsilon_0 \, E \, A_{s.g.}$, como $q_1 = q_2$, $A_1 = A_2$, então $E_1 = E_2$.

d) A energia potencial elétrica

de $U = \dfrac{q^2}{2C}$, $U_1 = \dfrac{q^2}{2C_1}$, $U_2 = \dfrac{q^2}{2C_2}$ e $U_1 = 2U_2$.

Conclusão: dois capacitores com a mesma carga e o mesmo campo elétrico, aquele cujo volume entre as placas é o dobro do outro, tem o dobro de energia armazenada.

2ª Resposta (justificativa para U estar armazenado em E)

Problema: densidade de energia, visto a seguir.

Densidade de Energia

Num capacitor de placas paralelas, desprezando-se as distorções do campo elétrico, nas bordas, temos E = uniforme (Cte) em todos os pontos entre as placas e a densidade de energia também é constante.

Densidade de energia: energia por unidade de volume (u_E).

$$\boxed{u_E \overset{def.}{=} \frac{U}{Vol.}}$$

Aplicando para o capacitor de placas paralelas:

$$u_E = \frac{U}{Ad} = \frac{1}{Ad}\frac{CV^2}{2}$$, como $C = \varepsilon_0 \frac{A}{d}$ e $V = E\,d$

$$\boxed{u_E = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2}$$

Obs.: 1) embora este seja o resultado para o capacitor de placas paralelas, ele é geral, e vale para qualquer fonte do campo elétrico.

2) se existe campo elétrico no espaço, podemos considerá-lo como portador da energia potencial, cuja densidade é dada pela expressão acima.

Capacitor com um Dielétrico

Dielétrico: material isolante tal como óleo mineral ou plástico.

Preenchendo todo o espaço entre as placas de um capacitor, com um dielétrico, o que acontece com a sua capacitância?

Michael Faraday (1837) foi o primeiro a investigar a troca de dielétricos em capacitores.

Usando aparatos simples, percebeu que a capacitância aumentava de um fator κ (kapa) que denominou de **constante dielétrica** do material introduzido.

Um dos efeitos de introduzir um dielétrico é o de limitar a d. d. p. máxima a $V_{\text{máx.}}$.

Se $V > V_{\text{máx.}}$ o dielétrico se romperá, originando um caminho condutor entre as placas do capacitor.

Rigidez Dielétrica: intensidade máxima do campo elétrico que o dielétrico pode suportar sem sofre ruptura.

Ex.: rigidez dielétrica do ar $E_{\text{ar}} = 3 \times 10^6$ V/m.

Podemos escrever a capacitância na forma genérica $\boxed{C_0 = \varepsilon_0 \mathcal{L}}$.

Como $C = \kappa C_0$ e C_0 pode ser dado da forma acima $C = \kappa \varepsilon_0 \mathcal{L}$, então

$$\boxed{\varepsilon = \kappa \varepsilon_0}$$

ε → permissividade do meio dielétrico.
κ → constante dielétrica do dielétrico.
ε_0 → permissividade elétrica do vácuo.
$\mathcal{L}$ → fator de forma, possui dimensão de comprimento

Ex.: $\mathcal{L} = A / d$ para o capacitor de placas paralelas.
$\mathcal{L} = 4\pi\, a\, b / (b - a)$ para o capacitor esférico.

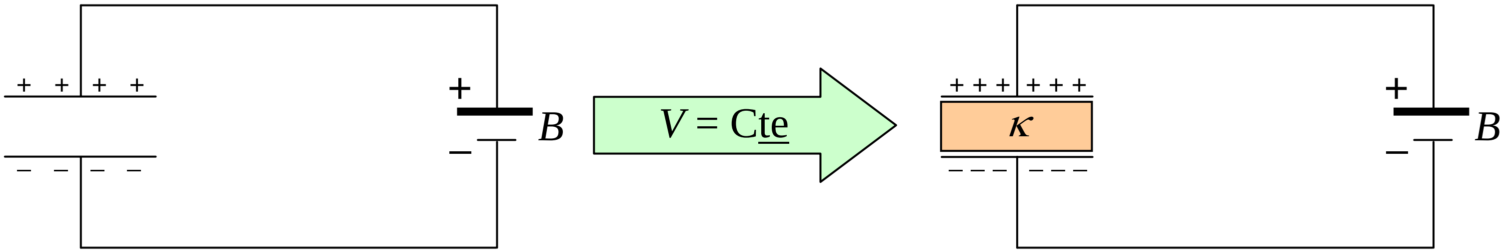
De acordo com Faraday, para um capacitor com um dielétrico preenchendo completamente o espaço entre as placas

$$\boxed{C = \kappa \varepsilon_0 \mathcal{L} = \kappa C_{ar}}$$

C_{ar} $\rightarrow$ capacitância do ar entre as placas = $\varepsilon_0 \mathcal{L}$.

Experiências de Faraday

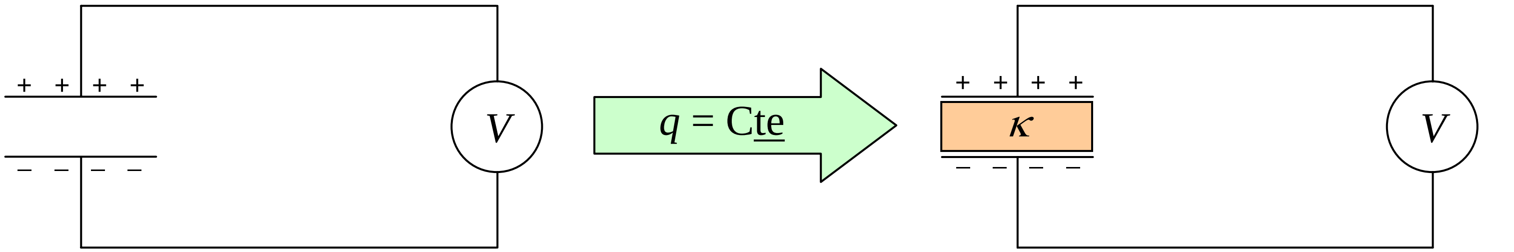
1ª) Experiência de Faraday (V = C<u>te</u>).



A bateria garante V = C<u>te</u>, quando a lâmina dielétrica é inserida entre as placas, a carga q aumenta de um fator κ, e a carga adicional é liberada para as placas pela bateria.

Como $C = \kappa C_0$ e $q = \kappa q_0$ então $q \,\alpha\, C$ (a carga é proporcional à capacitância).

2ª) Experiência de Faraday (q = C<u>te</u>).



Como não há bateria, q = C<u>te</u>, quando a lâmina dielétrica é inserida entre as placas, a d. d. p. V entre as placas diminui de um fator κ.

Como $C = \kappa C_0$ e $V = \dfrac{V_0}{\kappa}$ então $V \,\alpha\, \dfrac{1}{C}$ (a d. d. p. é inversamente proporcional à capacitância).

As duas conclusões de Faraday, mostradas acima, são consistentes com o aumento da capacitância causado pelo dielétrico, e compatíveis com $q = C\,V$.

"Numa região completamente ocupada por um dielétrico, todas as equações que contêm a constante de permissividade ε_0, devem ser modificadas, substituindo-se a constante por $\kappa\,\varepsilon_0$."

Isto é consistente com a modificação da permissividade (ver p. 22).

Exemplos:

1) Carga puntiforme no interior de um dielétrico, o campo elétrico fica

$$\boxed{E = \frac{1}{4\pi\,\varepsilon}\,\frac{q}{r^2} = \frac{1}{4\pi\,\kappa\,\varepsilon_0}\,\frac{q}{r^2}}$$

2) Condutor plano carregado e isolado em um dielétrico

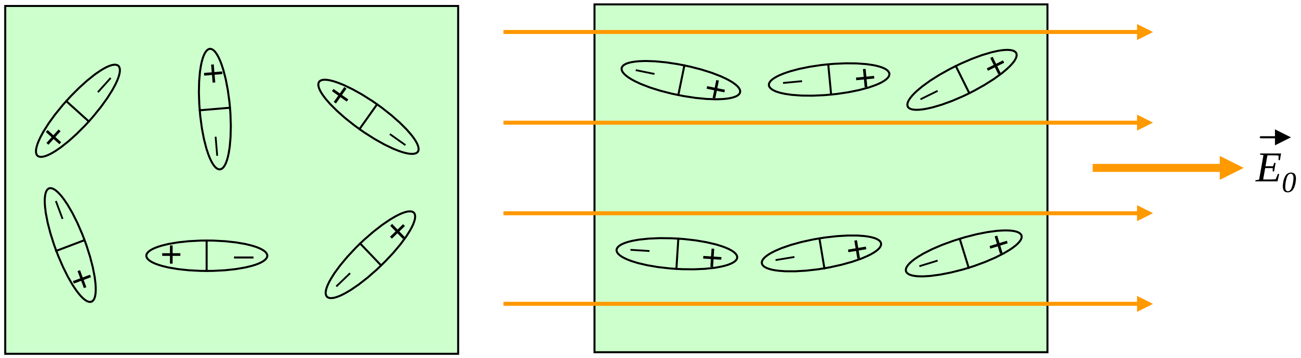
$$\boxed{E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{\sigma}{\kappa\,\varepsilon_0}}$$

Obs.: em ambos os casos, o efeito do dielétrico é enfraquecer o campo elétrico $\boxed{E = \dfrac{E_0}{\kappa}}$.

Dielétricos: Uma Visão Atômica

O que acontece, em termos atômicos e moleculares, quando colocamos um dielétrico em um campo elétrico?

1) Dielétricos Polares

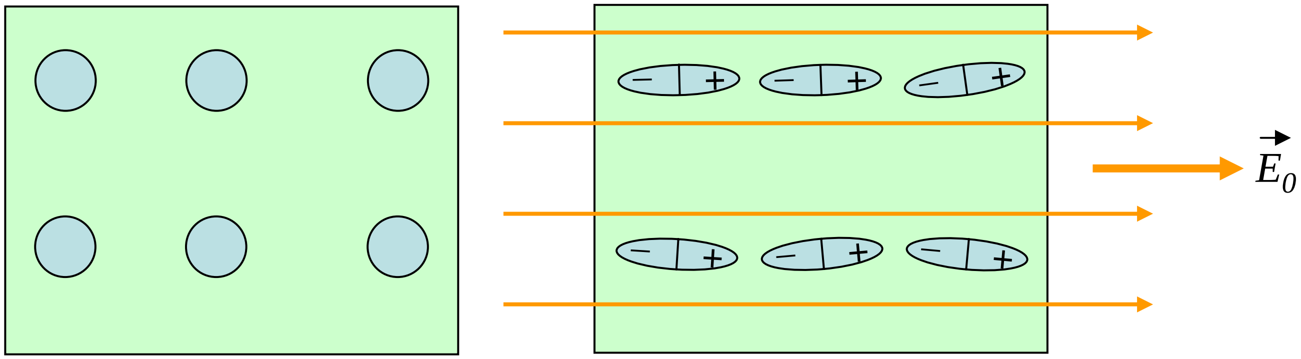


Alguns dielétricos possuem momento de dipolo permanente (Ex.: H_2O), sendo chamados de dielétricos polares. Os dipolos tendem a se alinhar com o campo externo.

Obs.: devido às moléculas estarem em constante agitação térmica, o alinhamento com o campo elétrico externo não é perfeito, mas melhora com a intensidade do campo, ou quando a temperatura diminui.

2) Dielétricos Não-Polares

Se as moléculas (átomos) não possuem dipolos elétricos permanentes, elas acabam adquirindo $\vec{p}$, por indução, quando colocadas em um campo elétrico externo.

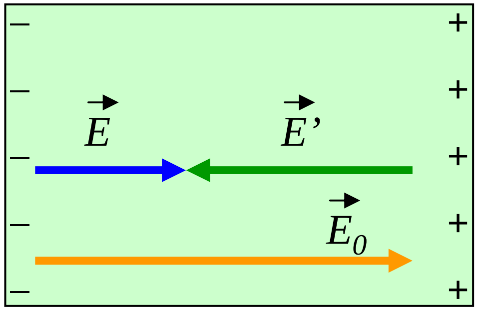


Provocamos uma separação de cargas com uma deformação da molécula, quando aplicamos um campo elétrico externo $\rightarrow$ os centros de carga ficam separados ($\vec{p}$ induzido).

O efeito final é um acúmulo de cargas positivas à direita e negativas à esquerda. O dielétrico como um todo permanece eletricamente neutro e dentro do dielétrico não há excesso de cargas em qualquer elemento do volume.

Carga Superficial Induzida

As cargas superficiais induzidas aparecem de tal maneira que o campo elétrico, criado por elas, $\vec{E}'$, tende a se opor a $\vec{E}_0$.



$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'$ em módulo, $\left|\vec{E}\right| = \left|\vec{E}_0\right| - \left|\vec{E}'\right|$.

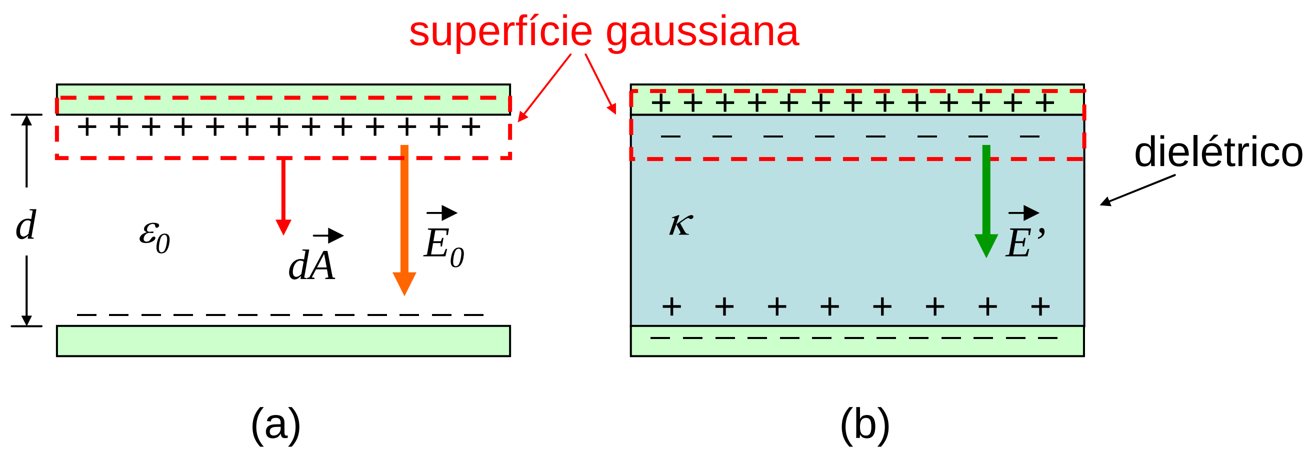
O papel do dielétrico é enfraquecer o campo $\vec{E}_0$.

Esta carga superficial induzida é a explicação do fato que uma barra com cargas atrairá pequenos pedaços de material não condutor (ex.: barra de plástico atritada com lã, atraindo pequenos pedaços de papel).

Dielétricos e a Lei de Gauss

Antes: quando discutimos a Lei de Gauss, consideramos cargas no vácuo.

Agora: vamos generalizar para qualquer dielétrico.



1º. Dois capacitores de placas paralelas, (a) e (b), de armadura de área A e separação d. Um com dielétrico ar/vácuo (sem dielétrico) (ε_0) e outro com dielétrico κ.

2º. Suponhamos que a carga elétrica q seja a mesma para ambos.

3º. Aplicando a Lei de Gauss para o capacitor (a)

$$\varepsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \varepsilon_0\, E_0\, A_{s.g.} = q_0 \text{ , onde } A_{s.g.} = A \text{ e } E_0 = \frac{q_0}{\varepsilon_0\, A} \text{ .}$$

Onde $\vec{E}_0 \rightarrow$ campo elétrico no espaço vazio entre as placas do capacitor (a).

4º. Lei de Gauss para o capacitor com dielétrico (b).

$$\varepsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \varepsilon_0\, E'\, A_{s.g.} = q_0 - q' \text{ , e } E' = \frac{q_0 - q'}{\varepsilon_0\, A} \text{ .}$$

Onde q_0 $\rightarrow$ carga livre nas placas do capacitor (a).
q ‘ $\rightarrow$ carga superficial induzida no dielétrico de (b).
$q_0 - q$ ‘ $\rightarrow$ carga líquida no capacitor (b).

5º. Como o efeito do dielétrico é enfraquecer o campo $E' = \dfrac{E_0}{\kappa} = \dfrac{1}{\kappa}\dfrac{q_0}{\varepsilon_0\, A}$

Este resultado deve ser compatível com o do item 4º

$$\boxed{q_0 - q' = \frac{q_0}{\kappa}}$$

Que é a carga líquida no interior da superfície gaussiana.

Obs.: esta equação mostra corretamente que o módulo de q ‘, da carga superficial induzida, é menor que aquela da carga livre q_0, e é igual a zero se nenhum dielétrico está presente ($\kappa = 1$ para o vácuo)

Usando a carga líquida calcula no item 5º

$$\boxed{\varepsilon_0 \kappa \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = q_0 \quad \text{ou} \quad \varepsilon_0 \oint \kappa \vec{E} \cdot d\vec{A} = q} \; .$$

Obs.: embora esta equação tenha sido deduzida para o capacitor de placas paralelas, ela é válida em geral $\rightarrow$ forma generalizada da Lei de Gauss.

Nota:

1) A integral de fluxo contém $\kappa \vec{E}$ e não $\vec{E}$.

2) O vetor $\kappa \varepsilon_0 \vec{E}$ é chamado de vetor deslocamento elétrico $\vec{D}$.

$$\boxed{\vec{D} = \kappa \varepsilon_0 \vec{E} \quad \text{e} \quad \oint \vec{D} \cdot d\vec{A} = q} \; .$$

3) Apenas a carga livre q (a carga original q_0 quando o capacitor não possui dielétrico κ) é considerada envolvida pela superfície gaussiana. A carga induzida superficial, q', é ignorada, pois ela está embutida em κ.

Lista de Exercícios Complementar 5

2E)	pág. 107
6E)	pág. 108
8E)	pág. 108
11E)	pág. 108
17E)	pág. 109
23P)	pág. 109
26P)	pág. 109
29P)	pág. 109
31P)	pág. 110
61P)	pág. 111
63P)	pág. 111
64P)	pág. 111