

8. O Campo Magnético (baseado no Halliday, 4ª edição)

O Campo Magnético

1) Paralelo entre plástico carregado eletricamente e um ímã

Uma barra de plástico carregada produz um campo vetorial (\vec{E}) em todos os pontos do espaço ao seu redor.

Um ímã produz um campo vetorial (\vec{B}) em todos os pontos do espaço ao seu redor.

Indicação da existência de um campo magnético:

- a) Quando prendemos uma folha de papel na porta da geladeira com um ímã.
- b) Quando apagamos um disco de computador ao colocá-lo próximo de um ímã.

Tipos de ímãs:

a) Eletroímãs: uma bobina enrolada em volta de um núcleo de ferro e uma corrente elétrica é estabelecida na bobina; a intensidade do campo magnético é determinado pela grandeza da corrente elétrica.

b) Ímã permanente: ímãs que não precisam da aplicação de uma corrente para produzir campo magnético.

2) Para o Campo Elétrico tínhamos

Mecanismo de ação à distância $q_1 \leftrightarrow \vec{E} \leftrightarrow q_2$.

As cargas elétricas geram campos elétricos e estes exercem uma força elétrica sobre outra carga colocada neste campo.

Por simetria poderíamos pensar numa relação similar para o campo magnético \vec{B}

Carga magnética $\leftrightarrow \vec{B} \leftrightarrow$ Carga magnética

O problema é que não existem cargas magnéticas (monopolos magnéticos) na natureza.

Obs.: algumas teorias prevêem a existência de monopolos magnéticos, mas até agora a sua existência não foi confirmada.

De onde vem o campo magnético?

R.: a experiência mostra que ele vem de cargas elétricas em movimento.

Onde estão estas cargas em movimento?

R.: 1) no ímã permanente: elas são os elétrons dos átomos do ferro que constituem o ímã.

2) nos eletroímãs: elas são os elétrons que se movem através das bobinas que circulam estes ímãs.

Devido a isto, para o magnetismo temos como mecanismo de ação à distância:

- a) Carga em movimento $\leftrightarrow \vec{B} \leftrightarrow$ Carga em movimento $q_1 v_1 \leftrightarrow \vec{B} \leftrightarrow q_2 v_2.$
- b) Corrente elétrica $\leftrightarrow \vec{B} \leftrightarrow$ Corrente elétrica $i_1 \leftrightarrow \vec{B} \leftrightarrow i_2.$

Obs.: 1) uma carga elétrica em movimento ou uma corrente elétrica cria um campo magnético.

2) Se colocarmos uma carga elétrica em movimento ou um fio transportando uma corrente elétrica em um campo magnético, uma força magnética atuará sobre eles.

Conclusão: uma carga elétrica cria um campo elétrico quer esteja em repouso ou em movimento. Mas o campo magnético só pode ser criado por cargas em movimento.

Hans Christian Oersted (1820): físico dinamarquês que primeiro ligou as ciências da eletricidade e do magnetismo, mostrando que uma corrente elétrica num fio fazia defletir a agulha magnética de uma bússola.

A Definição de \vec{B}

1) Definição de Campo Elétrico

Definimos o campo elétrico em um ponto, colocando uma carga de teste q em repouso neste ponto e medimos a força elétrica \vec{F}_E que atua sobre ela:

$$\vec{E} \stackrel{\text{def.}}{=} \frac{\vec{F}_E}{q} \quad \text{ou} \quad \vec{F}_E = q \vec{E} .$$

2) Definição de Campo Magnético

a) Se dispuséssemos de monopolos magnéticos, poderíamos definir \vec{B} de modo semelhante. Como isto ainda não foi encontrado na natureza, temos que definir \vec{B} de outra forma.

b) Analisando em termos de uma força magnética exercida sobre uma carga elétrica em movimento

“Lançamos a carga de teste através do ponto P onde vamos definir \vec{B} ; repetimos várias vezes variando a direção e a velocidade escalar da carga de teste e determinamos a força (se existir), para cada caso, que atua sobre ela no ponto considerado.”

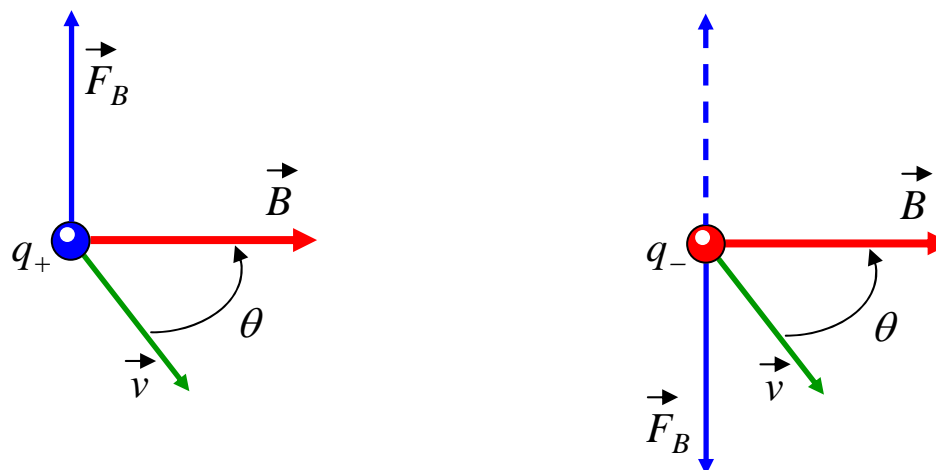
$$\vec{B} = \frac{\vec{F}_B}{q \vec{v}} \quad \text{ou} \quad \vec{F}_B = q \vec{v} \times \vec{B} .$$

\vec{F}_B → força magnética sobre a carga de teste.

\vec{v} → velocidade da carga de teste.

q → carga de teste (que agora pode ser positiva ou negativa).

Obs.: esta equação de definição do campo magnético inclui módulo, direção e sentido.



Alguns Resultados (da equação e das figuras)

1) A força magnética é sempre perpendicular a \vec{v} , logo, um campo magnético não pode aumentar ou diminuir $|\vec{v}|$, mas pode variar a sua trajetória. Isto é, \vec{F}_B não pode variar $|\vec{v}|$, mas pode variar a direção de \vec{v} .

Obs.: a) lembrar que da 2ª Lei de Newton $\vec{F} \stackrel{\text{def.}}{=} \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt}$, se $m = Ct\epsilon$ $\vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt}$ que é uma relação vetorial que leva em conta a natureza vetorial de \vec{v} (módulo, direção e sentido) e se varia a direção, também temos $\vec{F} = m \vec{a}$.

b) Como $|\vec{v}|$ não varia, a força magnética não varia a energia cinética da partícula.

2) Um campo magnético não exerce nenhuma força sobre uma carga que se move paralelamente ou antiparalelamente ao campo.

3) Da definição de produto vetorial (ou externo) temos que a força magnética \vec{F}_B é perpendicular tanto a \vec{v} quanto a \vec{B} , e seu módulo é dado por

$$F_B = q v B \sin\theta$$

$q \rightarrow$ módulo da carga elétrica (valor absoluto), portanto o sinal de F_B vem da orientação espacial (ou mais precisamente de θ).

4) Se $\theta = 0^\circ$ ou $\theta = 180^\circ$ (respectivamente, \vec{v} paralelo a \vec{B} ou antiparalelo a \vec{B}), $F_B = 0$ N.

5) O valor máximo $F_B = q v B$, ocorre quando $\theta = 90^\circ$.

6) O sentido da força defletora magnética depende do sinal de q . Uma carga de teste positiva e outra negativa, com velocidade na mesma direção, são defletidas em sentidos opostos (como já foi mostrado na p. 005). A direção e sentido da força magnética pode ser determinado pela “regra da mão direita” para produtos vetoriais:

“Tentamos pegar os dois vetores que estão sendo multiplicados vetorialmente (\vec{v} e \vec{B} no nosso caso), com a mão aberta, o polegar indica a direção e o sentido do produto vetorial.”

Unidade (B):

$$a) [B] = [F] / ([q] [v]) \rightarrow \text{no S. I.} \rightarrow \mathbf{N / (C m/s)} \rightarrow \text{recebe o nome de Tesla (T).}$$

b) Valor unitário

$$1T = \frac{1N}{1C \ 1m/s} = \frac{1N}{1A \ 1m}$$

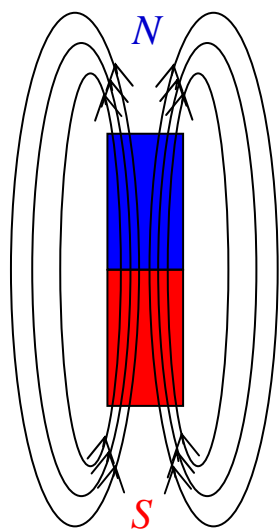
Obs.: existe outra unidade para campo magnético (que não é S. I.) chamada de gauss (cgSA)

$$1 \text{ T} = 10^4 \text{ G.}$$

Linhas do Campo Magnético

Da mesma maneira como fizemos para o campo elétrico

- 1) A direção tangente a uma linha de campo magnético em qualquer ponto nos dá a direção de \vec{B} neste ponto.
- 2) O espaçamento das linhas é uma medida do módulo de \vec{B} .



Linhas de campo magnético geradas por uma barra imantada.

- a) Pólo Norte (N) → linhas de campo emergem (saem).
- b) Pólo Sul (S) → linhas de campo entram.

“As linhas de campo magnético fecham sobre si mesmas.”

Experimentalmente temos que:

“Pólos magnéticos opostos se atraem mutuamente, e semelhantes se repelem.”

Ex.: o pólo norte da agulha de uma bússola aponta para o norte, então o pólo geomagnético da Terra no Hemisfério Norte é um pólo sul magnético.

A Descoberta do Elétron

Um feixe de elétrons pode ser desviado por campos magnéticos.

Ex.: telas de televisão, monitor de computador (tubo de imagem), etc..



Sir Joseph John "J. J." Thomson, OM, FRS (18 de dezembro de 1856, Cheetham Hill, Manchester – 30 de agosto de 1940, Cambridge – Reino Unido) foi um físico britânico. (OM, **O**rders of **M**erit is an order recognizing distinguished service in the armed forces, science, art, literature, or for the promotion of culture. Eligibility: all living citizens of the Commonwealth realms) (FRS, **F**ellow of the **R**oyal **S**ociety, a title awarded to distinguished scientists who are British, Commonwealth or Republic of Ireland citizens.

A ele é creditado a descoberta do elétron, e dos isótopos, e também a invenção do espectrômetro de massa. Thomson ganhou o Prêmio Nobel de 1906 pela descoberta do elétron e pelo seu trabalho na condução elétrica dos gases.

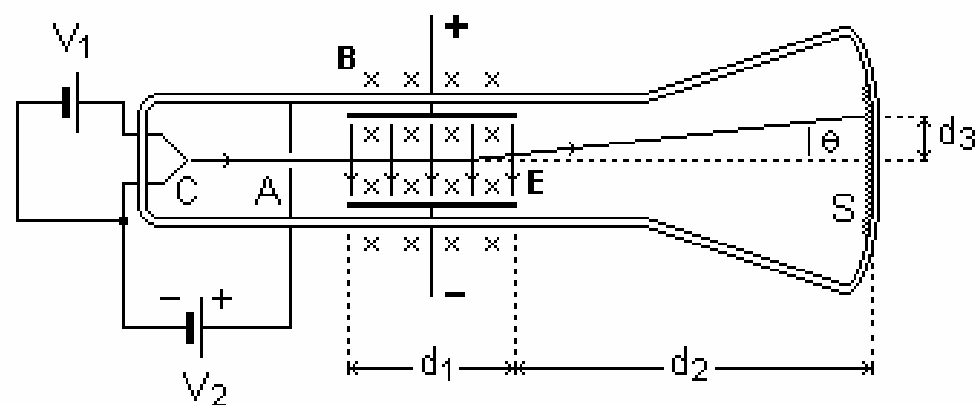
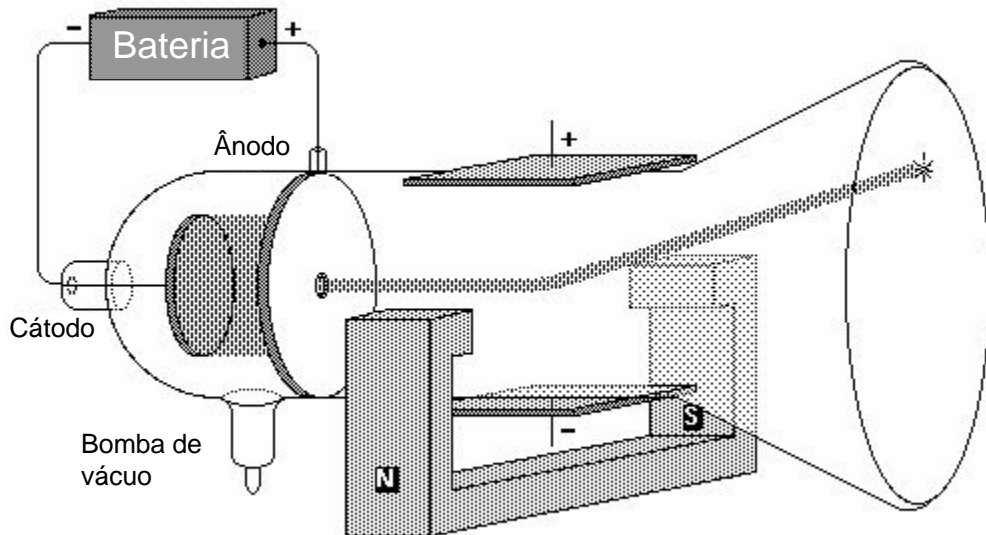
Em 1897, na Universidade de Cambridge, mostrou que os “raios” que faziam cintilar a parede de um tubo de raios catódicos, eram feixes de partículas com cargas negativas, as quais chamou de **“corpúsculos”** (hoje chamamos de elétrons).

O que Thomson fez foi medir m/q das partículas (corpúsculos) dos raios catódicos.

Tubo de Raios Catódicos:

Tubo onde é feito vácuo. Os elétrons são emitidos por um filamento aquecido e acelerados por uma d. d. p. aplicada, V .

O feixe passa através de uma fenda na tela, A , e eles entram em uma região onde se movem perpendicularmente a um campo elétrico, \vec{E} , e a um campo magnético, \vec{B} , (os dois campos são perpendiculares entre si). O feixe atinge a tela fluorescente S , produzindo um ponto luminoso.



Procedimento de Thomson:

1º) Estabelecer $E = 0 \text{ N/C}$ e $B = 0 \text{ T}$, e anotar o ponto resultante do feixe (proveniente do cátodo – raio catódico) não defletido ($y = 0 \text{ m}$).

2º) Aplicar o campo elétrico \vec{E} , $E \neq 0 \text{ N/C}$ e mantendo $B = 0 \text{ T}$, medimos na tela S o desvio (y). O desvio de um corpúsculo carregado num campo elétrico externo pode ser calculado e fornece:

$$y = \frac{q E L^2}{2 m v^2}$$

q → carga do “corpúsculo”.

E → módulo do campo elétrico aplicado para desviar o feixe.

L → comprimento da armadura do capacitor.

m → massa do “corpúsculo”.

v → velocidade com que o “corpúsculo” entra na região do capacitor.

Obs.: 1) a deflexão y não pode ser medida diretamente, mas pode ser calculada a partir do deslocamento do ponto luminoso na tela S .

2) O sentido do desvio do feixe nos indica o sinal da carga do corpúsculo.

3º) Mantendo o campo elétrico \vec{E} , aplicamos o campo magnético \vec{B} , ajustando o seu valor até que o desvio do feixe volte a zero ($y = 0 \text{ m}$). Quando os dois campos estão ajustados:

$$F_E = F_B \quad \text{ou} \quad q E = q v B \text{ sen} \theta, \quad \text{como } \theta = 90^\circ \quad \text{e} \quad v = \frac{E}{B} .$$

$$\frac{m}{q} = \frac{B^2 L^2}{2 y E}$$

Conclusão: Thomson

1º) Formulou que os corpúsculos, de sua experiência, eram um dos constituintes da matéria (cátodo).

2º) O corpúsculo deveria ter massa negativa para ser defletido pelos campos elétrico e magnético.

3º) Concluiu que tais corpúsculos eram mais leve do que o átomo mais leve conhecido (hoje seria o Hidrogênio) por um fator maior que 1.000 vezes (mais tarde mostrou-se que $m_H \cong 1.836,15 m_e$).

O Efeito Hall Clássico

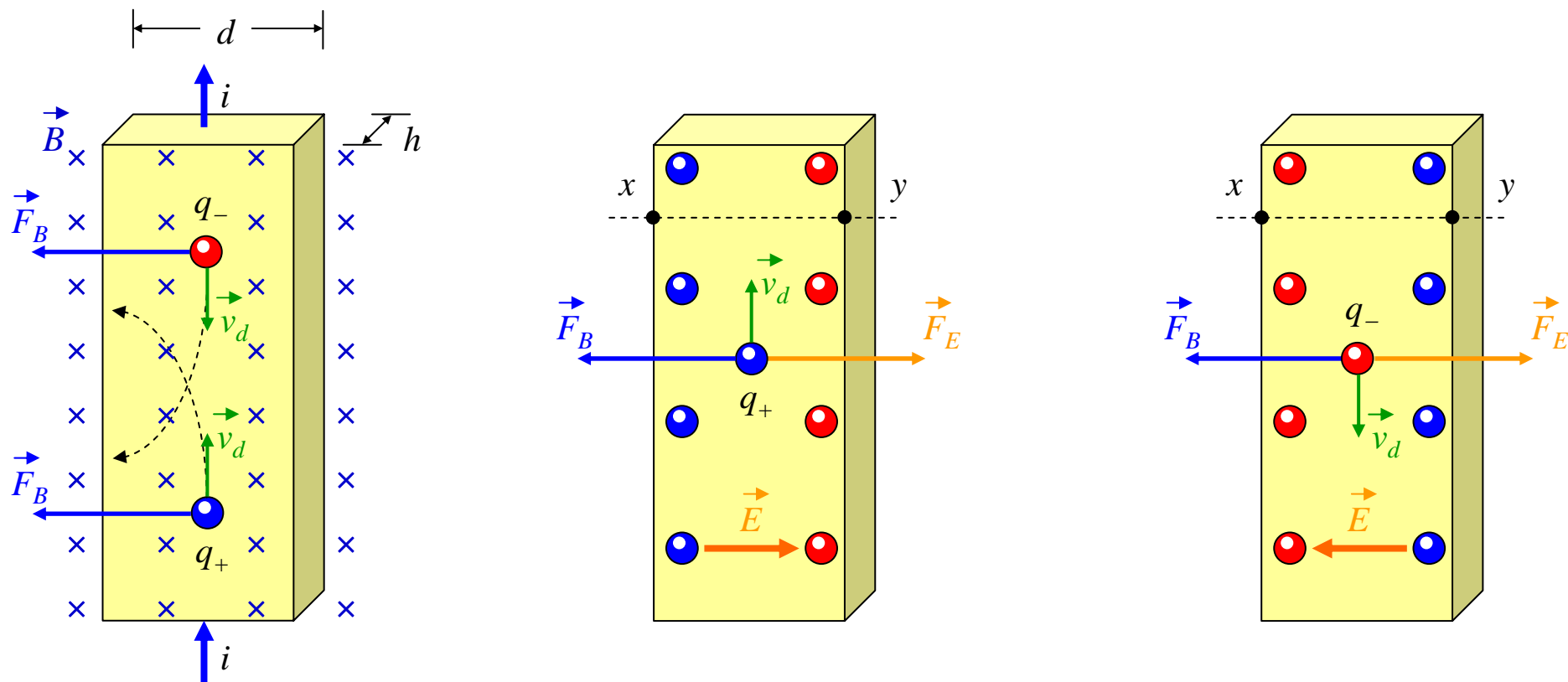
Um feixe de elétrons pode ser desviado por campos magnéticos, será que os elétrons de condução em um fio de cobre possam também ser desviados por campo magnéticos?

R.: Edwin H. Hall (1879), aos 24 anos, aluno de Henry A Rowland, na Universidade Johns Hopkins, mostrou que sim.



Edwin Herbert Hall (7 de novembro de 1855, Gorham – 20 de novembro de 1938, Cambridge – USA) foi um físico norte americano.

Descobriu o “Efeito Hall”. Hall conduziu pesquisas termoelétricas em Harvard e também escreveu numerosos livros e manuais de laboratório.



d → largura da tira de cobre.

h → espessura da tira de cobre.

A → área da seção transversal da tira de cobre, $A = d h$.

i → corrente convencional (sentido dos portadores de carga positivos).

B → módulo do campo magnético externo uniforme na região da tira.

V_{xy} → d. d. p. Hall, em algumas referências usam V_H .

Obs.: os portadores de carga são na verdade elétrons, que se movem com velocidade v_d de cima para baixo (sentido contrário aos portadores positivos).

1º) Colocamos a fita de cobre, percorrida por corrente elétrica i , no campo magnético \vec{B} . Teremos uma força magnética em cada elétron em movimento empurrando-os para esquerda. Com o passar do tempo teremos um acúmulo de elétrons no lado esquerdo da tira, deixando o lado direito da tira com excesso de cargas positivas.

2º) A separação de cargas produz um campo elétrico \vec{E} no interior da tira, apontado da direita para esquerda, exercendo uma força elétrica \vec{F}_E para direita.

3º) O acúmulo de elétrons vai gerar $\vec{F}_E = \vec{F}_B$, e os elétrons (da corrente elétrica), vão se movimentar sem se desviar, para baixo (corrente real para baixo).

Diferença de Potencial Hall (V_{xy} ou V_H):

Podemos medir V_{xy} , ligando o voltímetro em x e y , com a polaridade de V_{xy} podemos determinar o sinal dos portadores de carga, da corrente elétrica.

Obs.: 1) Se os portadores de carga fossem positivos, tanto \vec{v}_d como \vec{E} seriam invertidos, mas \vec{F}_E e \vec{F}_B permaneceriam inalterados e o sinal de V_{xy} seria contrário ao da carga negativa.

2) O Efeito Hall é um dos únicos casos em que o sinal da carga elétrica é relevante para a corrente elétrica. Nos outros casos podemos tratar com portadores de carga positivos e corrente elétrica convencional.

4º) Fazendo as contas:

a) De $\vec{J} = (ne)\vec{v}_d$ então $J = \frac{i}{A} = (ne)v_d$.

b) Do equilíbrio de forças

$F_E = F_B$ onde $\vec{F}_E = q\vec{E}$ e $\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$, $qE = qv_d B \sin\theta$ então $v_d = \frac{E}{B}$. $1(\theta = 90^\circ)$

c) De $\Delta V = -\int_i^f \vec{E} \cdot d\vec{s}$ fazendo $i \rightarrow +$ e $f \rightarrow -$ então $\Delta V = V_y - V_x = V_{xy} = \int_+^- E ds \cos\theta$

como $E = \text{Cte}$ em ds , e $\theta = 0^\circ$, $\Delta V = V_{xy} = Ed$.

d) Usando b) e c) em a) $\frac{i}{A} = (ne)\frac{E}{B}$ onde $\frac{i}{dh} = ne\frac{V_{xy}}{Bd}$

$$n = \frac{Bi}{ehV_{xy}}$$

Conclusões:

1) Podemos usar o Efeito Hall para medir diretamente v_d . Para isto, na experiência a tira metálica é movida mecanicamente através do campo magnético em sentido oposto ao de v_d . A velocidade escalar da tira é, então, ajustada até que $V_{xy} = 0$ V. Neste caso a velocidade da tira é igual a v_d mas com sentido oposto (os portadores de carga estão em repouso, em relação a \vec{B}), e não há efeito Hall. (esta é uma forma de medir v_d)

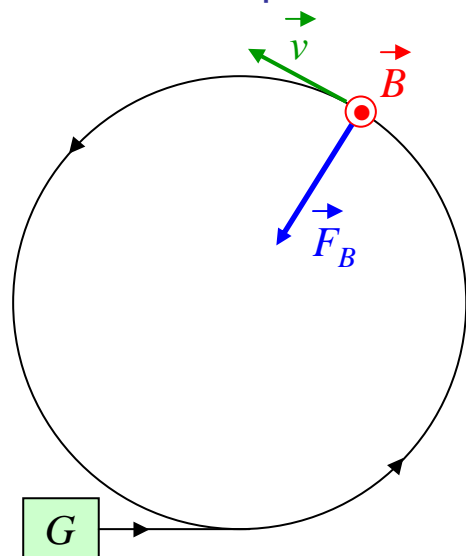
2) O efeito Hall continua sendo investigado para ajudar a entender a condução elétrica nos metais e nos semicondutores.

3) Estudamos o efeito Hall classicamente, mas para interpretar corretamente, deveríamos fazê-lo com base na física quântica.

Movimento de Uma Carga Elétrica Num Campo Magnético

1ª) Movimento Circular Uniforme (MCU)

Quando uma partícula se move em círculo com $v = \text{Cte}$, temos que a força resultante sobre a partícula tem módulo constante e aponta para o centro do círculo.

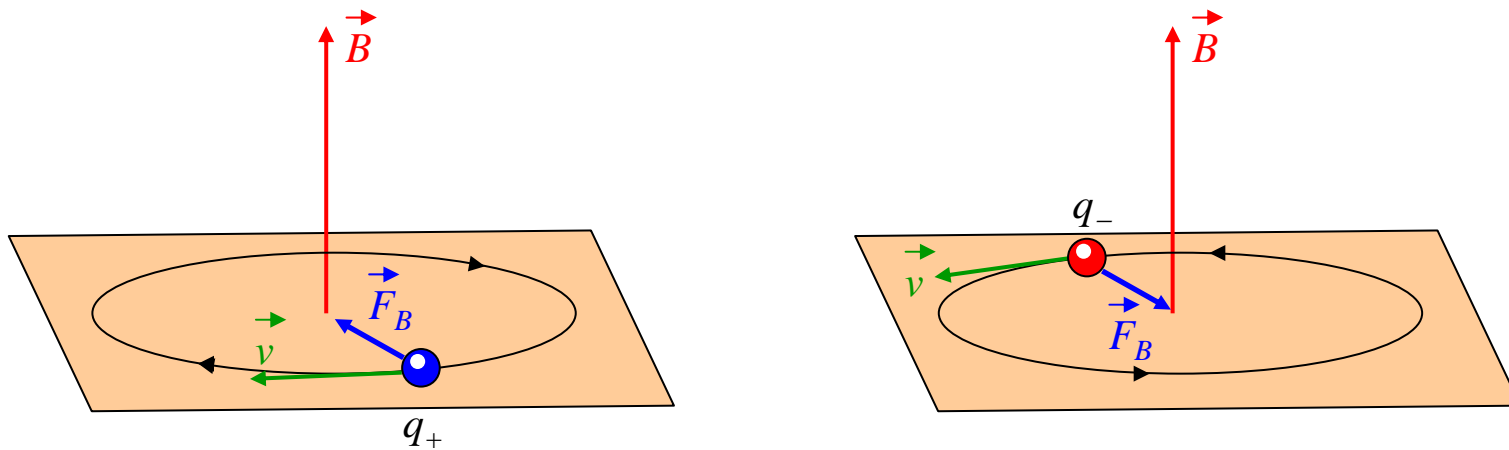


Feixe de elétrons projetados numa câmara por uma pistola eletrônica G .

Os elétrons encontram no plano do círculo com velocidade v em uma região de campo magnético uniforme \vec{B} .

\vec{B} aponta do plano da figura para fora.

Analisando o movimento de cargas (positiva e negativa) no plano, para a condição de campo magnético uniforme e velocidade constante.



Então $\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$ deflete continuamente os elétrons porque v e B são perpendiculares (e ambos com F_B) \rightarrow trajetória circular.

Equações do MCU para a carga elétrica q de massa m :

Problema: partícula de carga q e massa m , movendo-se em um campo magnético uniforme B , com velocidade escalar constante v .

1) Raio da órbita circular, r .

$$F_B = F_c \text{ então } qvB \sin\theta = m \frac{v^2}{r} \quad \text{e} \quad qvB = m \frac{v^2}{r} .$$

$$r = \frac{mv}{qB}$$

2) Período T (tempo para uma volta).

Recordando, $v = \omega r$ e $\omega = \frac{2\pi}{T}$ então $T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi m v}{q B}$.

$$T = \frac{2\pi m}{q B}$$

3) Freqüência f .

Como $f = \frac{1}{T}$, então temos

$$f = \frac{q B}{2\pi m}$$

4) Freqüência angular ω .

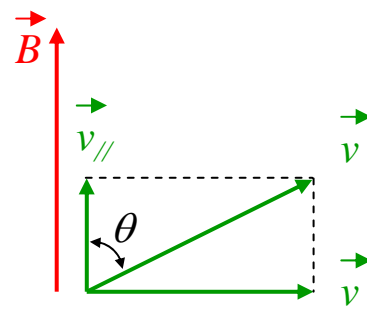
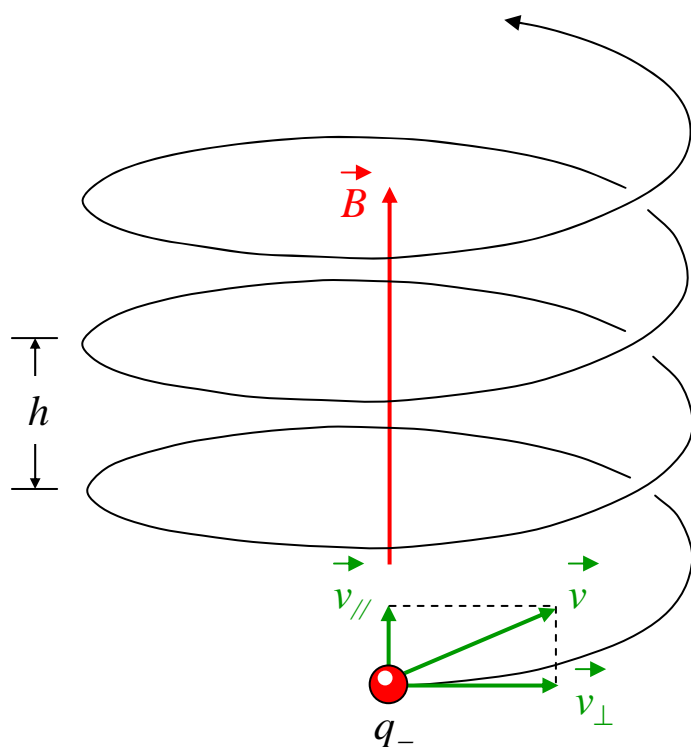
Como $\omega = 2\pi f$, então temos

$$\omega = \frac{q B}{m}$$

Obs.: note que T , f e ω , não dependem de v (desde que $v \ll c$). As partículas mais rápidas movem-se em círculos maiores e as partículas mais lentas em círculos menores, mas $q/m = \text{Cte}$ e $T = \text{Cte}$ para todas elas.

2º) Movimento Helicoidal Uniforme

Se a velocidade da partícula tiver um componente paralelo ao campo magnético uniforme, a partícula moverá em torno da direção do campo numa trajetória helicoidal.



$$v_{//} = v \cos \theta \quad \rightarrow \text{componente paralelo a } \vec{B}.$$

$$v_{\perp} = v \sin \theta \quad \rightarrow \text{componente perpendicular a } \vec{B}.$$

O componente perpendicular da velocidade da carga, v_{\perp} , determina o MCU, e o componente paralelo, $v_{//}$, determina um MRU e portanto, o passo da hélice h .

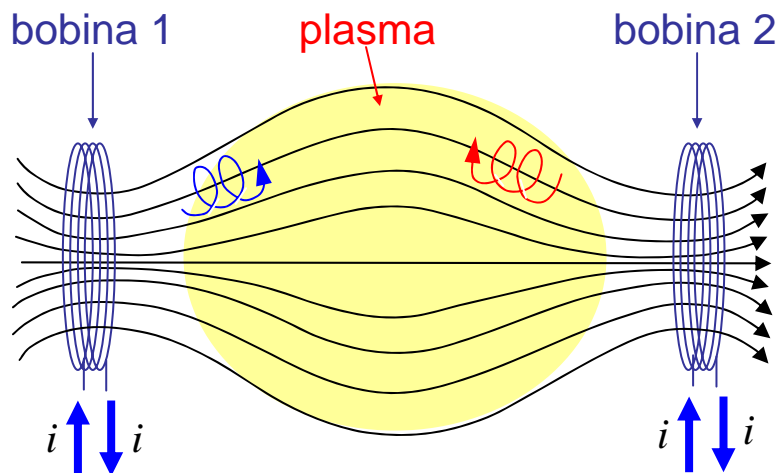
Obs.: adotando o sentido de \vec{B} como referência (ver movimento da p. 16).

“O sentido de rotação de uma carga positiva é sempre anti-horário e o de uma carga negativa é sempre horário.”

Garrafa Magnética → quando uma partícula carregada move-se em espiral num campo magnético não uniforme, com estreitamento das linhas de campo magnético nas extremidades (B mais intenso) e se este campo é suficientemente intenso, a partícula é “refletida” dessas extremidades.

Ex.: Cinturão de Radiação de Van Allen (elétrons, prótons e íons estão aprisionados pelo campo magnético da Terra).

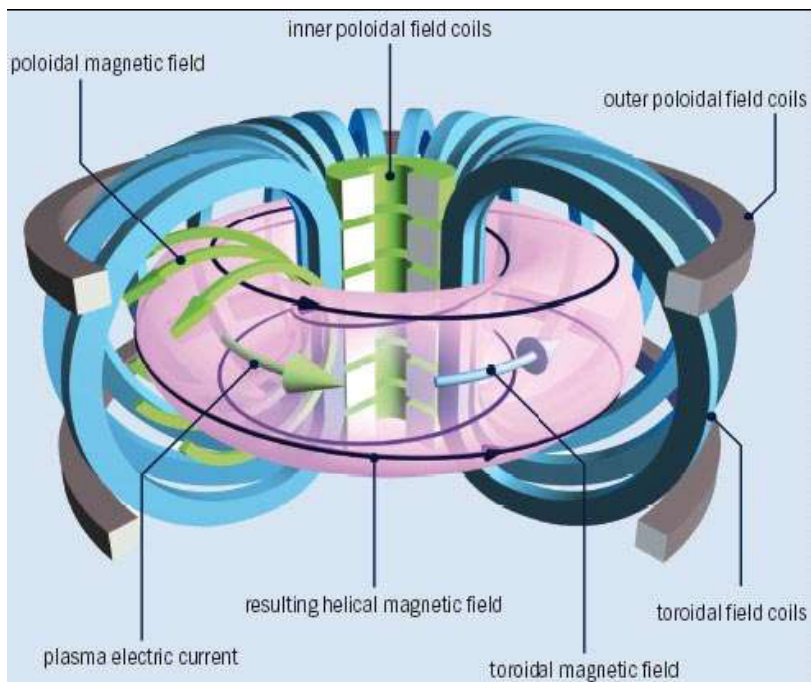
Esquemas de Confinamento Magnético → confinamento de partículas eletricamente carregadas (prótons, elétrons e íons) usando campos magnéticos.



Espelhos Magnéticos → um dos primeiros esquemas de confinamento magnético criado.

As partículas carregadas ficam aprisionadas no campo magnético podendo refletir nas extremidades.

Perda de confinamento: as partículas carregadas que possuem muita energia cinética conseguem escapar pelas extremidades onde deveriam ser refletidas (fenômeno similar ao que ocorre nas Auroras terrestres).

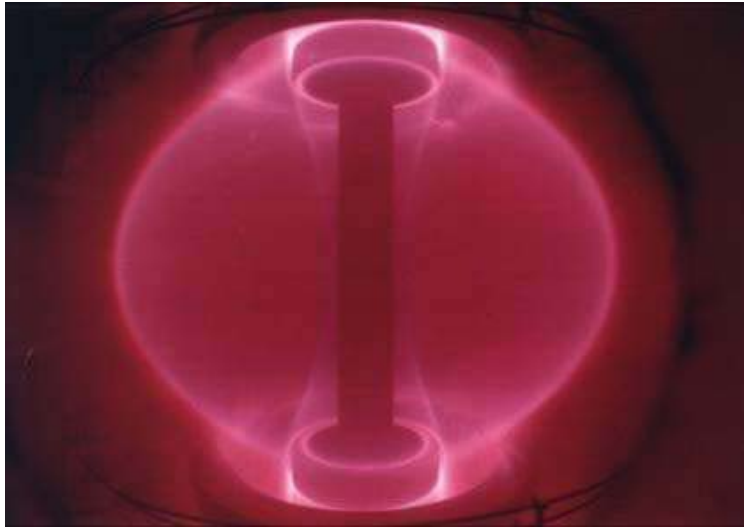


Tokamak(s) → um acrônimo do russo para “câmara toroidal com bobina magnética”. Esquema de confinamento magnético para partículas carregadas (também chamadas de plasma).

As partículas carregadas ficam confinadas nas linhas de campo magnético toroidais. Estas não apresentam extremidades livres como no espelho magnético.

Perdas de confinamento: expansão do plasma, que acaba tocando nas paredes do tokamak. Existem outras formas de perdas de confinamento que envolvem instabilidades do próprio plasma, o fato de que não podemos criar indefinidamente campos magnéticos variáveis, etc.

<http://physicsworld.com/>

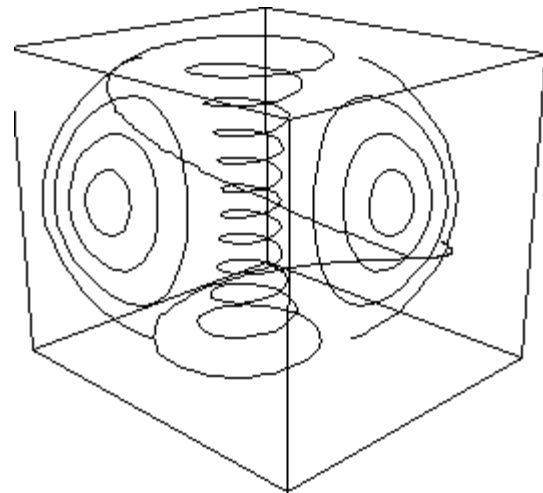
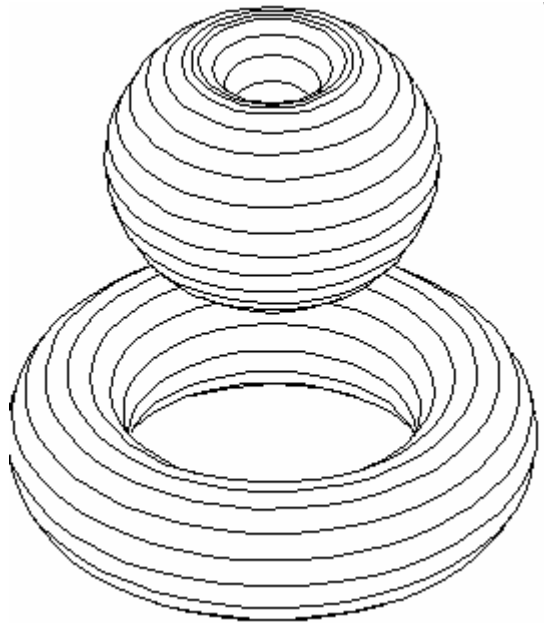


Toróides Compactos → raio menor toroidal muito pequeno, quase inexistente, razão entre os raios menor e maior muito baixa – razão de aspecto ($r = a / b$) (ex.: esferomaks e FRC – *Field Reversed Configurations*, ver figuras a seguir).

São máquinas que associam o confinamento de partículas em campos toroidais com a simplicidade de não possuírem um núcleo central.

Perda de confinamento: os mesmos tipos que para tokamaks.

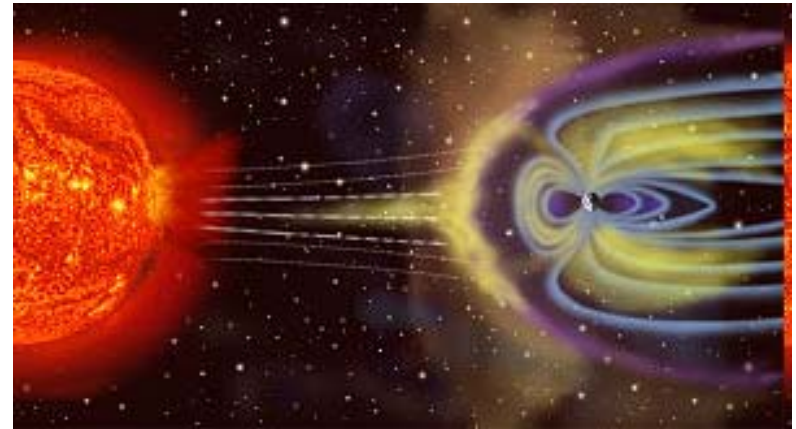
[http://evfita.ita.br/evfita2008/local_arquivos/Edson Del Bosco - III EVFITA.pdf](http://evfita.ita.br/evfita2008/local_arquivos/Edson_Del_Bosco_-_III_EVFITA.pdf)



http://www.plasma.inpe.br/LAP_Portal/LAP_Sitio/Texto/Toroide_Esferico.htm

Aurora Boreal

Quando uma grande erupção solar lança elétrons e prótons altamente energéticos no cinturão de radiação (Cinturão de Van Allen), produz-se um campo elétrico nas regiões de retorno (pólo Norte ou Sul da Terra). Este campo elimina a reflexão e faz com que elétrons (e outras partículas carregadas) se desloquem para a atmosfera, onde colidem com os átomos e moléculas da atmosfera, forçando a emissão de luz (toda partícula carregada acelerada ou desacelerada emite luz).



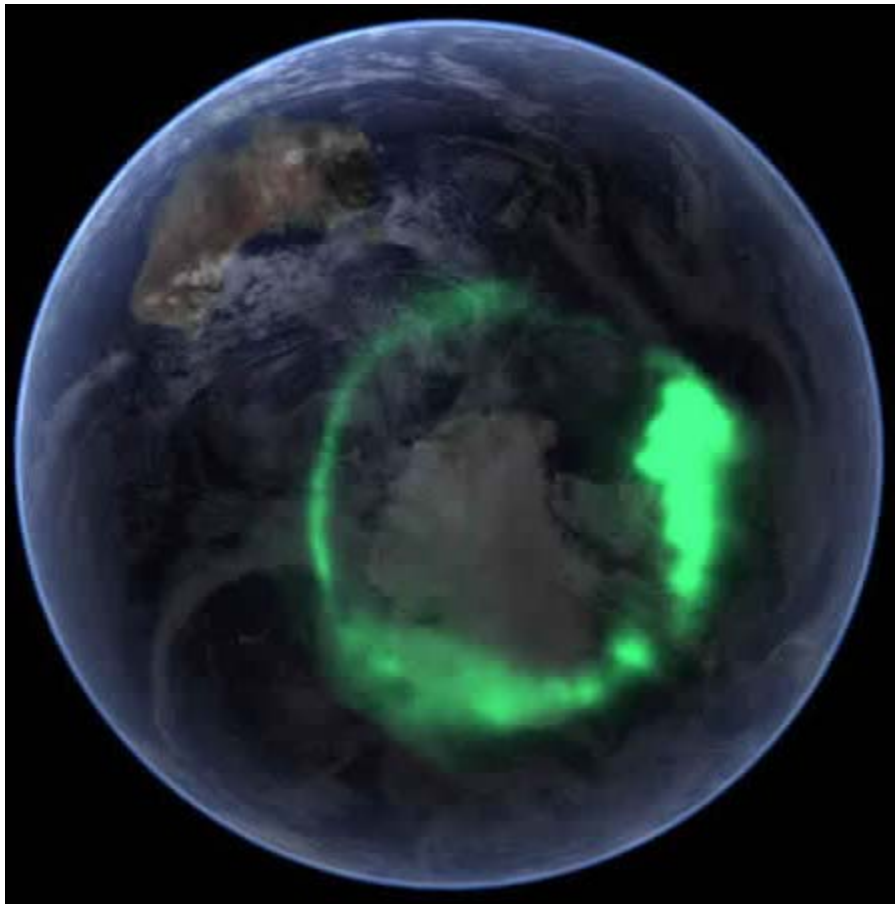
http://www.apolo11.com/spacenews.php?posic=dat_20060810-090738.inc

http://pt.wikipedia.org/wiki/Cinturão_de_Van_Allen

http://pt.wikipedia.org/wiki/Aurora_polar

Aurora Oval

A aurora pode se apresentar sob a forma do arco nas regiões polares (aurora oval) → os elétrons descem espiralando (convergem) ao longo das linhas de campo (a espessura do arco mede menos de 1 km).



http://pt.wikipedia.org/wiki/Aurora_polar

<http://planetwtf.info/2010/08/25/como-se-formam-as-auroras-boreais/>





James Alfred Van Allen (7 de setembro de 1914, Mount Pleasant – 9 de agosto de 2006, Iowa City – EUA) foi um físico espacial norte americano.

Professor e diretor do Instituto de Física da Universidade de Iowa desde 1951, conduziu investigações sobre física nuclear, sobre a radiação cósmica e sobre a física atmosférica.

O Cinturões de Radiação de Van Allen (dois cinturões) foram assim chamados em sua homenagem. Nas missões espaciais de 1958 usando satélites (Explorer 1 e Explorer 3), Van Allen fez uso de contadores Geigers para medir as radiações (partículas carregadas) em regiões afastadas da Terra (camadas superiores da Terra).

[Optativo]

Ciclotrons e Sincrotrons

Qual é a estrutura definitiva da matéria? (pergunta que causa muita discussão na física)

- 1) uma forma de estudá-la é permitir que partículas carregadas, altamente energéticas (prótons) se choquem com um alvo sólido.
- 2) fazer com que dois prótons colidam frontalmente.

A análise dos fragmentos que surgem destas colisões é o meio mais utilizado para aprendermos sobre a natureza das partículas subatômicas da matéria → o Prêmio Nobel de Física de 1976 (Burton Richter, ψ , e Samuel Chao Chung Ting, J , descoberta do méson J/ψ – partícula subatômica) e de 1984 (Carlo Rubbia e Simon Van der Meer, descoberta das partículas W e Z) foi concedido justamente aos autores destes estudos.

Como aumentar a energia do próton?

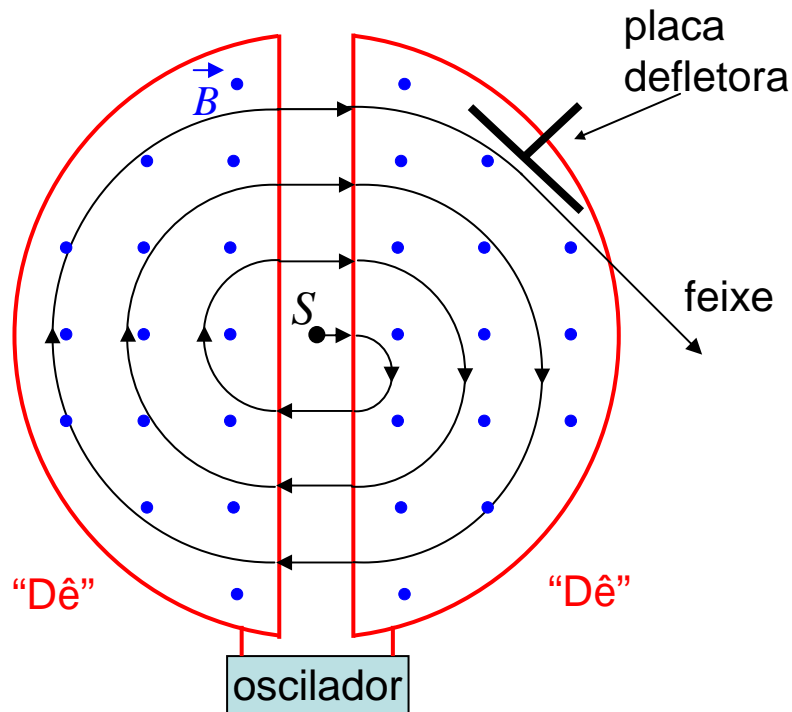
1) Deixar o próton “cair” através de uma d. d. p. V , aumentando a sua energia cinética (eV) → problema: altas energias necessárias para altos valores de V .

Ex. aceleradores lineares, Pelletron, etc.

2) Fazer um próton circular em um campo magnético, dando a ele um “empurrão” elétrico a cada volta.

Ex.: se um próton circula 100 vezes num campo magnético, ele receberá $K = 100 \times 100 \text{ keV}$, onde 100 keV é a energia por volta, o que resulta em $K = 10 \text{ MeV}$.

O Ciclotron



Vista superior de um ciclotron onde as partículas (prótons) circulam.

Dês → são feitos de lâminas de cobre e fazem parte de um oscilador elétrico que estabelece uma d. d. p. alternada.

$B = 1,5 \text{ T}$ → campo magnético externo que fura o plano da figura, orientado para cima.

Suponhamos que um próton seja injetado no centro do ciclotron (S), e se mova para um “Dê” com carga negativa.

1) Ele será acelerado e irá penetrar no cobre.

2) No interior do “Dê” ele está blindado da ação de campos elétricos (material condutor). Mas o campo magnético não é blindado pelos “Dês” de cobre. Então, o próton move-se numa trajetória circular, cujo raio depende da velocidade escalar

$$r = \frac{mv}{qB}$$

3) Se o próton emergir deste “Dê”, ele depara com uma d. d. p. aceleradora (entre os “Dês”) com sinal trocado (em relação ao caso anterior) → o próton encontra novamente um “Dê” negativo, sendo novamente acelerado.

4) Este processo continua até que o próton espirale para fora da borda de um dos “Dês”.

Obs.: a chave para a operação de um ciclotron é a frequência f com que o próton circula no campo magnético, e deve ser igual a frequência do oscilador

$$f = f_{oscilador} \quad (\text{frequência de ressonância}).$$

e a condição de ressonância leva a $f = \frac{qB}{2\pi m} = f_{oscilador}$ ou $qB = 2\pi m f_{oscilador}$.

para prótons, q e m são fixos, logo $f_{oscilador} = f_{oscilador}(B)$, então variamos B até que a equação acima seja satisfeita e apareça um feixe de prótons altamente energéticos.

O Síncrotron de Prótons

Para prótons de 50 MeV, o ciclotron convencional começa a falhar, pois uma das condições a seguir falha:

1) A frequência de rotação de uma partícula carregada, circulando num campo magnético deve ser independente de sua velocidade escalar. Isto é válido somente para $v \ll c$.

Quando prótons começam a ter velocidade próximas a da luz, ele consome um tempo cada vez maior para aparecer na direita (fenômeno da Dilatação do Tempo → Teoria da Relatividade Restrita) → a frequência decresce constantemente e o próton fica fora de fase $f \neq f_{oscilador}$, e a sua energia para de aumentar c .

2) Um próton de 500 GeV num campo magnético de 1,5 T, teria raio de 1,1 km → custo proibitivo para um eletroímã (faces polares de 4 km²)

Síncrotron de Prótons

A solução proposta pelo síncrotron de prótons baseia-se no fato de que o campo magnético e a frequência do oscilador em vez de serem constantes, variam com o tempo durante a aceleração, fazendo isto termos:

1) $f = f_{oscilador}$ (a frequência dos prótons circulantes permanece constantemente em fase com a do oscilador).

2) Os prótons seguem uma trajetória circular e não espiral.

3) O anel deve ser grande para que sejam alcançadas altas energias.

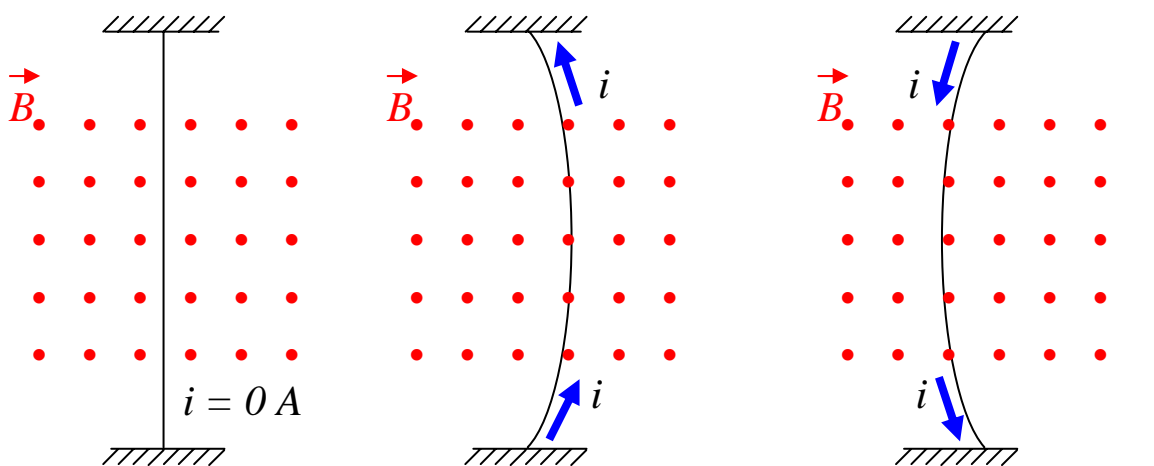
Ex.: no Fermilab (Fermi National Accelerator Laboratory)

“Os prótons atravessam o interior de um tubo totalmente evacuado, com aproximadamente 5 cm de diâmetro, que se curva suavemente envolvendo um ímã anular cuja circunferência mede 6,4 km. Os prótons fazem cerca de 400.000 viagens circulares para obter energias de até 1 TeV.”

Força Magnética Sobre um Fio Transportando Corrente Elétrica

Um campo magnético exerce uma força lateral sobre os elétrons de condução de corrente, num fio \rightarrow Efeito Hall.

Em um fio, esta força deve ser transmitida integralmente \rightarrow os elétrons de condução não podem escapar do fio.



sem corrente

corrente para cima

corrente para baixo

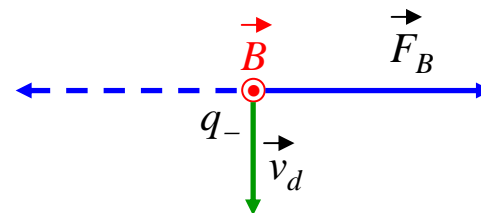
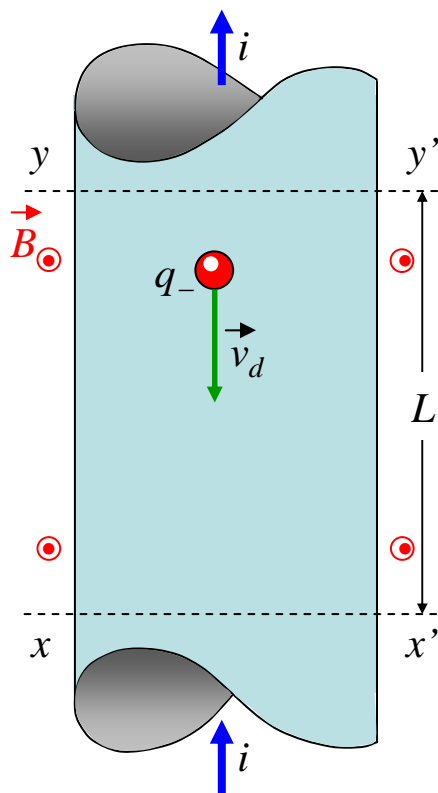
Fio vertical fixado pelas extremidades. O campo magnético aponta para fora do plano (campo uniforme).

1º caso: fio sem corrente \rightarrow nada acontece.

2º caso: corrente para cima \rightarrow fio deflete para direita.

3º caso: corrente para baixo \rightarrow fio deflete para esquerda.

Relacionando i e F_B :



Vista ampliada do fio transportando corrente convencional, i , perpendicular a um campo magnético \vec{B} , uniforme.

1) Elétron movendo-se para baixo com velocidade de deriva \vec{v}_d ($\theta = 90^\circ$, ângulo entre \vec{v}_d e \vec{B}).

2) A força magnética $F_B = (-e) v_d B \rightarrow$ atua em cada elétron para a direita. Invertendo a corrente invertemos a força magnética.

Invertendo o campo magnético, invertemos a força magnética.

Se trocamos o sinal da carga (trocamos \vec{v}_d) e a força magnética fica inalterada \rightarrow então vamos trabalhar com o sentido convencional da corrente.

Os elétrons, no comprimento L , irão se deslocar do plano yy' passando pelo plano xx' :

$$i = \frac{\Delta q}{\Delta t} \quad \text{ou} \quad \Delta q = q = i \Delta t. \quad \text{De } x = x_0 + vt \quad \text{temos } |L| = |v_d| \Delta t \quad \text{e} \quad \Delta t = \frac{|L|}{|v_d|}.$$

$$\text{Então } q = i \frac{|L|}{|v_d|}. \quad \text{De } \vec{F}_B = q \vec{v}_d \times \vec{B} \quad \text{temos finalmente}$$

“Força magnética que atua em um fio retilíneo de comprimento L , transportando uma corrente i imerso num campo magnético \vec{B} que é perpendicular ao fio.”

$$\vec{F}_B = i \vec{L} \times \vec{B} \quad (\text{força sobre um fio com corrente}).$$

\vec{F}_B → força magnética sobre fio transportando corrente.

\vec{L} → vetor dirigido ao longo do segmento do fio, no sentido da corrente convencional.

\vec{B} → campo magnético gerado externamente.

i → corrente convencional.

Obs.: 1) podemos entender a direção de L como sendo $\vec{L} = L \hat{v}_d$ onde $\hat{v}_d = \frac{\vec{v}_d}{|\vec{v}_d|}$ é o versor, da direção da velocidade de deslocamento dos portadores de carga positivos da corrente convencional.

2) Como $\vec{F}_B = i \vec{L} \times \vec{B}$ é equivalente a $\vec{F}_B = q \vec{v} \times \vec{B}$, ambas equações podem ser usadas para definir \vec{B} .

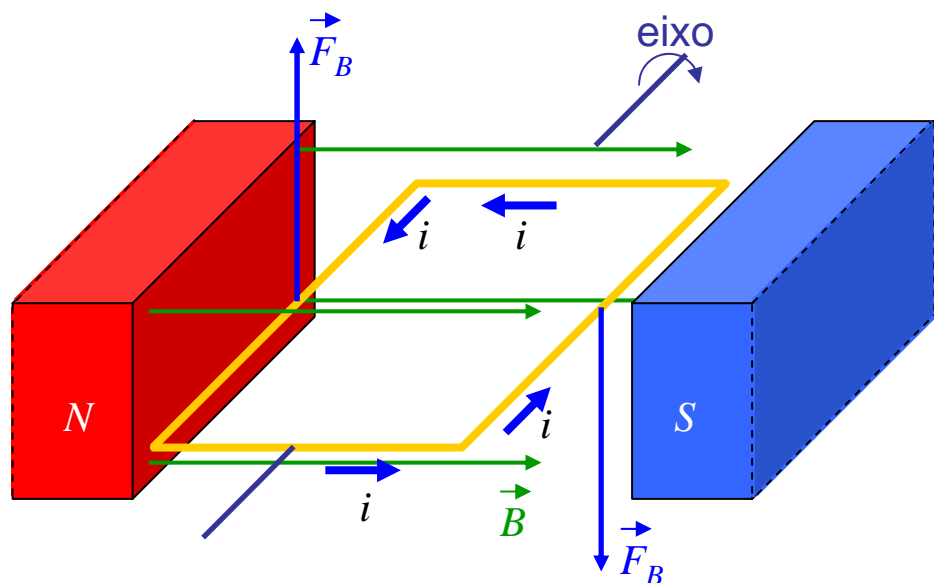
3) Na prática definimos o campo magnético usando a primeira equação, por ser mais prática.

4) Quando o fio não é retilíneo, podemos dividi-lo em segmentos retos, e aplicamos a equação para cada segmento

$$d\vec{F}_B = i d\vec{L} \times \vec{B} \quad (\text{elemento de força que atua sobre um fio percorrido por corrente}).$$

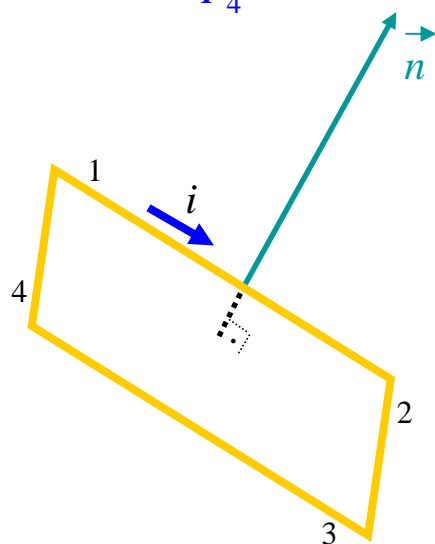
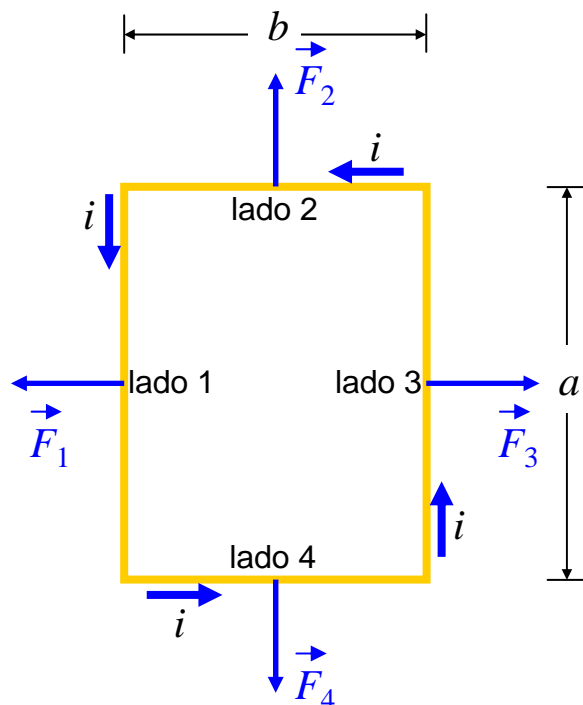
Torque Sobre uma Bobina de Corrente

Motores elétricos → baseado na força que um campo magnético exerce sobre um fio percorrido por uma corrente elétrica.



Motor simples, constituído de uma bobina transportando corrente, imersa em um campo magnético \vec{B} uniforme.

As duas forças magnéticas ($+\vec{F}_B$ e $-\vec{F}_B$) combinam para fazer um torque na bobina (girando-a em torno do seu eixo). Este é o princípio básico do motor elétrico (omitimos alguns detalhes).



Bobina retangular de lados a e b , transportando corrente i imersa num campo magnético uniforme.

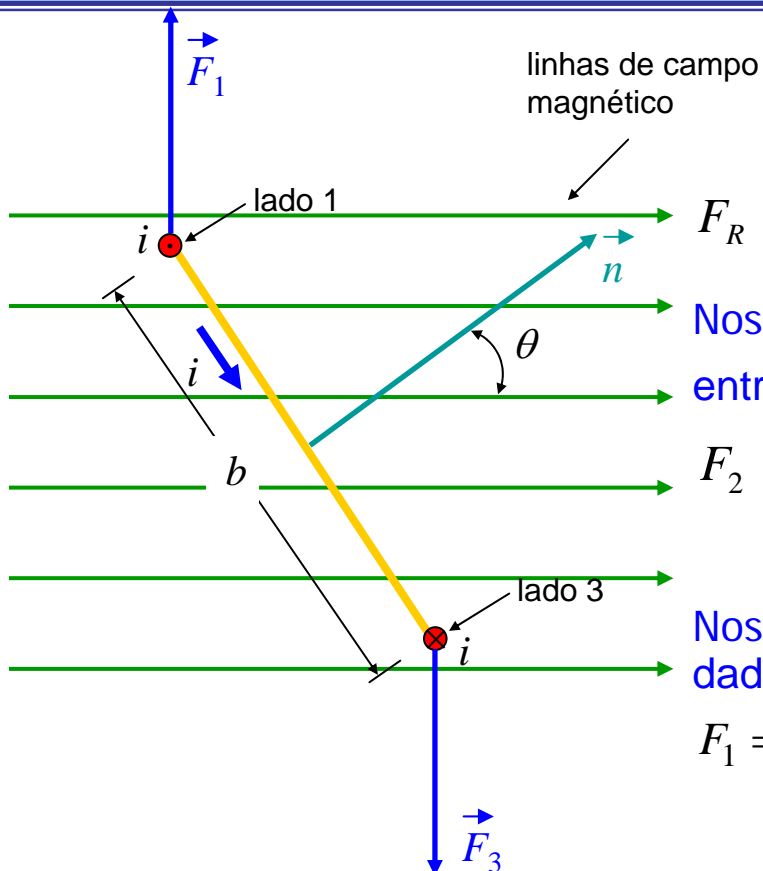
Os lados maiores (1 e 3) ficam perpendiculares ao campo magnético.

Os lados menores (2 e 4) não são perpendiculares ao campo magnético.

Para existir corrente elétrica na bobina, temos fios, percorridos por corrente elétrica, entrando e saindo da bobina.

\vec{n} → vetor da orientação da bobina no campo magnético \vec{B} (vetor normal de área).

“Regra da mão direita: aponte ou curve os dedos da mão direita, no sentido da corrente elétrica, o polegar estendido apontará a direção e o sentido de \vec{n} .”



Força resultante e torque sobre a bobina:

$$F_R = \sum_{i=1}^N F_i \rightarrow \text{força resultante sobre cada lado da bobina.}$$

Nos lados 2 e 4: \vec{L} tem o mesmo sentido de i e $|\vec{L}| = b$. O ângulo entre \vec{L} e \vec{B} é $(90^\circ - \theta)$, ângulo medido de \vec{L} para \vec{B}

$$F_2 = -F_4 = i b B \text{sen}(90^\circ - \theta) = i b B \cos \theta$$

Nos lados 1 e 3: \vec{L} tem sentido perpendicular a \vec{B} , e a força será dada por

$$F_1 = -F_3 = i a B \text{sen}(90^\circ) = i a B$$

Da geometria do problema, temos:

$|\vec{F}_2| = |\vec{F}_4|$ \rightarrow em sentidos contrários \rightarrow não causa torque, mesma linha de ação (forças aplicadas sobre o eixo de rotação).

$|\vec{F}_1| = |\vec{F}_3|$ \rightarrow em sentidos contrários \rightarrow provocam um torque na bobina, mas não a transladam, isto é, não movem a bobina nem para cima, nem para baixo, mas não atuam na mesma linha de ação (apresentando assim um torque).

O torque resultante tende a alinhar \vec{B} e \vec{n} (isto é, tende a mover \vec{n} para alinhar com \vec{B}):

$$\vec{\tau} \stackrel{\text{def.}}{=} \vec{r} \times \vec{F}, \text{ onde } \vec{\tau}_B = \vec{\tau}_1 \times \vec{\tau}_3 = \frac{\vec{b}}{2} \times \vec{F}_B + \frac{\vec{b}}{2} \times \vec{F}_B = \vec{b} \times \vec{F}_B \quad (\text{torque de um binário}).$$

$$\tau_B = b(i a B) \sin \theta = i A B \sin \theta \quad \text{onde } A = ab \quad (\text{área da bobina}).$$

$$\vec{\tau}_B = i \vec{A} \times \vec{B} \quad (\text{torque sobre uma espira})$$

Obs.: 1) este torque atua em cada volta da bobina. Se a bobina possui N voltas

$$\vec{\tau}_B = (N i \vec{A}) \times \vec{B}$$

Onde

$A = ab$ → área da bobina.

$(N i A)$ → constitui uma propriedade da bobina.

2) Esta equação só é válida para bobinas planas, independente da forma.

3) Em vez de observarmos o movimento da bobina, é mais simples analisarmos o vetor \vec{n} → uma bobina transportando corrente, colocada em um campo magnético, tende a girar de modo que \vec{n} fique paralelo a \vec{B} .

Dipolo Magnético

Momento de dipolo magnético ($\vec{\mu}$).

Módulo: $\mu = N i A$.

Direção e sentido: os mesmos de \vec{n} .

Desta forma podemos escrever o torque como

$$\vec{\tau}_B = \vec{\mu} \times \vec{B}$$

Obs.: esta equação é muito semelhante ao torque exercido por um campo elétrico (dipolo elétrico).

$$\vec{\tau}_E = \vec{p} \times \vec{E}$$

“Em cada caso, o torque exercido por um campo externo (elétrico ou magnético) é igual ao produto vetorial do vetor de momento de dipolo correspondente com o vetor de campo.”

Unidade (μ):

a) $[\mu] = [\tau] / [B] \rightarrow \text{no S. I.} \rightarrow \mathbf{J / T}$.

b) Valor unitário

$$1 \mathbf{J / T} = \frac{1 \mathbf{J}}{1 \mathbf{T}}$$

Energia Potencial Magnética (U_B)

1) Como o campo magnético está executando um torque no dipolo, temos então, um trabalho sendo executado sobre o dipolo para mudar a sua orientação. Analogamente ao dipolo elétrico

$$\Delta U_E = U_E(\theta) = -\vec{p} \cdot \vec{E}$$

$$\Delta U_B = U_B(\theta) = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$$

$$\begin{aligned} 2) \quad U_{m\acute{a}x} &\rightarrow \theta = 180^0 && \rightarrow U_B(180^0) = +\mu B \quad (\mu \text{ antiparalelo a } B). \\ U_{m\acute{i}n} &\rightarrow \theta = 0^0 && \rightarrow U_B(0^0) = -\mu B \quad (\mu \text{ paralelo a } B). \\ U = 0 \text{ J} &\rightarrow \theta = 90^0 \text{ ou } \theta = (2n + 1) \pi/2 && \rightarrow U_B(90^0) = 0 \text{ J} \quad (\mu \text{ perpendicular a } B). \end{aligned}$$

3) Diferença de energia potencial entre dois extremos

$$\Delta U_B = U(180^0) - U(0^0) = +\mu B - (-\mu B)$$

$$\Delta U_B = 2\mu B$$

Como $\Delta U_B = -W_{if}$, este resultado também é

“o trabalho que deve ser realizado por um agente externo para girar um dipolo magnético de 180^0 , a partir de sua posição alinhada com o campo.”

Ex.: dipolo magnético \rightarrow ímã em forma de barra, esfera carregada em rotação, Terra, a maioria das partículas subatômica (elétron, prótons e nêutrons, etc.).

Lista de Exercícios Complementar 8

3E)	pág. 176
6P)	pág. 176
18P)	pág. 177
19E)	pág. 178
24E)	pág. 178
27E)	pág. 178
31P)	pág. 178
46P)	pág. 179
48P)	pág. 180
61P)	pág. 181
62E)	pág. 181
63E)	pág. 181