9. Lei de Ampère (baseado no Halliday, 4ª edição)

Corrente Elétrica e Campo Magnético

Vimos (anteriormente) que, para campo elétrico:

$$q_1 \leftrightarrow \vec{E} \leftrightarrow q_2.$$

Duas cargas elétrica, “exercem forças uma sobre as outras, através do campo elétrico.”

1) Cargas elétrico geram campos elétricos ($\square$).

2) Campos elétricos exercem forças sobre cargas elétricas ($\square$).

Para o magnetismo, constatamos que:

$$i_1 \leftrightarrow \vec{B} \leftrightarrow i_2.$$

Dois fios transportando corrente, “exercem forças um sobre o outro, através do campo magnético.”

1) Campos magnéticos exercem forças sobre correntes ($\square$) $\rightarrow$ **vimos isto**.

2) Correntes geram campos magnéticos ($\square$) $\rightarrow$ **veremos isto**.

Cálculo do Campo Magnético

A questão central deste capítulo é:

De que modo podemos calcular o campo magnético que uma dada distribuição de correntes cria no espaço circunjacente?

R.: podemos começar fazendo um paralelo com a eletrostática.

Método Usado na Eletrostática

1º) Dividimos a distribuição de cargas em elementos de carga dq, e calculamos o campo elétrico $d\vec{E}$ criado pelo elemento de carga num ponto P. Então, calculamos o campo $\vec{E}$ no ponto P, integrando $d\vec{E}$ sobre toda a distribuição de carga.

2º) Com isto, então, tínhamos

Módulo: $dE = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{dq}{r^2}$, onde r é a distância entre dq e P.

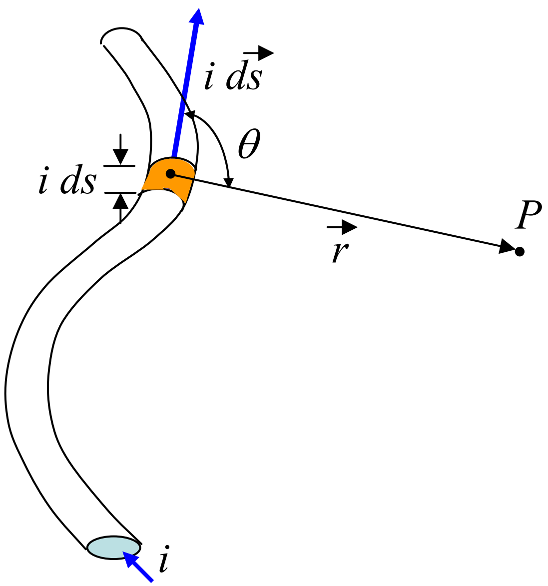
Direção e sentido: para dq positivo, a direção e o sentido de $d\vec{E}$ eram idênticos aos de $\vec{r}$.

$$\boxed{d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r^2}\,\hat{r}}$$

Onde : $\hat{r} = \dfrac{\vec{r}}{r}$ é o versor da direção r.

Procedimento Análogo Para o Magnetismo

Problema: fio de forma arbitrária transportando uma corrente i.



$i\,ds$ $\rightarrow$ elemento diferencial de corrente (semelhante ao dq na eletrostática.

ds $\rightarrow$ é o vetor representando o pequeno elemento de arco, tangente ao ponto considerado.

Problema com a analogia:

dq $\rightarrow$ grandeza escalar.

$i\,d\vec{s}$ $\rightarrow$ grandeza vetorial.

Para obtermos a equação, o mais similar possível à da carga elétrica puntiforme, que esteja adaptada ao nosso caso acima, devemos fazer as seguintes mudanças:

Onde aparece	Mudar por
$\vec{E}$ ou E ε_0 dq	$\vec{B}$ ou B $1 / \mu_0$ $i\,d\vec{s}$
$d\vec{E} = \dfrac{1}{4\pi\,\varepsilon_0}\dfrac{dq}{r^2}\,\hat{r}$ onde $\hat{r} = \dfrac{\vec{r}}{r}$	$d\vec{B} = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{i\,d\vec{s}\times\hat{r}}{r^2}$

μ_0 $\rightarrow$ constante de permeabilidade magnética, cujo valor:

$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ T m/A
$\mu_0 \cong 1{,}26 \times 10^{-6}$ T m/A

Representa no magnetismo o mesmo papel que ε_0 na eletrostática.

$$\boxed{d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{i\,d\vec{s} \times \hat{r}}{r^2}}$$ (Lei de Biot-Savart)

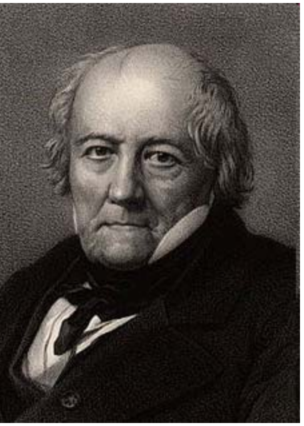
Módulo: $dB = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{i\,ds\,sen\,\theta}{r^2}$.

Direção e sentido: perpendicular tanto a $\vec{r}$ quanto a $d\vec{s}$, no sentido do produto vetorial $d\vec{s} \times \vec{r}$.

Obs.: 1) Esta é novamente uma lei do inverso do quadrado, onde $\hat{r} = \dfrac{\vec{r}}{r}$.

2) É chamada de Lei de Biot-Savart.

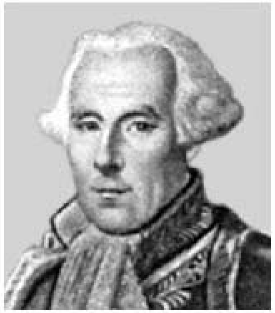
3) Todas as informações de módulo, direção e sentido estão contidas nela.



Jean-Baptiste Biot (21 de abril de 1774, Paris – 3 de fevereiro de 1862, Paris, França) foi um físico francês, astrônomo e matemático.

Fez estudos sobre meteoritos, foi um dos primeiros a fazer vôos de balão, e estudou a polarização da luz.

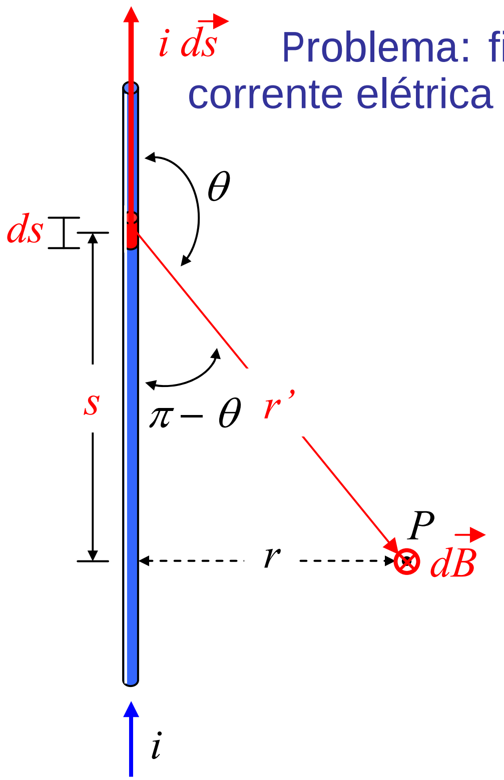
No início da década de 1800, ele estudou a polarização da luz passando através de soluções químicas, bem como as relações entre a corrente elétrica e o magnetismo. A lei de Biot-Savart, que descreve o campo magnético gerado por uma corrente estacionário, leva esse nome graças sua colaboração juntamente com Félix Savart .



Félix Savart (30 de junho de 1791, Mézières – 16 de março de 1842, Paris, França) doutor em medicina cirúrgica e físico-químico francês.

Professor do Collège de France em 1836, co-descobridor da Lei de Biot-Savart, juntamente com Jean-Baptiste Biot. Ambos trabalharam conjuntamente com a teoria do magnetismo e corrente elétrica. Félix Savart também estudou acústica. Ele desenvolveu a roda de Savart, que produz som a freqüências especificamente graduadas usando discos rotativos.

Campo Magnético Devido a um Fio Retilíneo Longo



Problema: fio retilíneo longo (algumas vezes tratado com fio infinito) percorrido por uma corrente elétrica i. Encontrar o campo magnético em um ponto P, a uma distância r do fio.

"**Regra da Mão Direita:** segure o elemento de corrente com a mão direita, com o polegar estendido no sentido da corrente elétrica. Os dedos irão naturalmente encurvar-se no sentido das linhas do campo magnético devido a este elemento."

Aplicando a Lei de Biot-Savart:

Módulo: $dB = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{i\,ds\,sen\,\theta}{r^2}$.

Direção e sentido: o mesmo do produto vetorial $\vec{ds} \times \vec{r}$ (perpendicular ao plano da figura apontado para dentro da página).

$$B = \int dB = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i\, ds\, sen\theta}{r'^{\,2}} = 2\frac{\mu_0\, i}{4\pi} \int_0^{+\infty} \frac{sen\theta\, ds}{r'^{\,2}}$$

Onde $\left\{ \begin{array}{l} sen\theta = sen(\pi - \theta) = \dfrac{r}{r'} \\ r' = \sqrt{s^2 + r^2} \end{array} \right\}$ $\quad B = \dfrac{\mu_0\, i}{2\pi} \displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{r\, ds}{\left(s^2 + r^2\right)^{3/2}}$

Da tabela de integrais $\displaystyle\int \frac{dx}{\left(x^2 + a^2\right)^{3/2}} = \frac{x}{a^2\sqrt{x^2 + a^2}}$.

Então $B = \dfrac{\mu_0\, i\, r}{2\pi\, r^2}\left[\dfrac{s}{\left(s^2 + r^2\right)}\right]_0^{+\infty} = \dfrac{\mu_0\, i}{2\pi\, r}$

$$\boxed{B = \frac{\mu_0\, i}{2\pi\, r}}$$

(campo magnético para um fio retilíneo longo percorrido por uma corrente i)

Conclusão: 1) o módulo do campo magnético depende somente da corrente, i, e da distância perpendicular, r, ao fio.

2) As linhas de campo do campo magnético formam círculos concêntricos em torno do fio.

Campo Magnético Sobre um Fio Transportando Corrente Elétrica

Problema: encontrar a força defletora que atua sobre um fio de comprimento L (longo e retilíneo) colocado em um campo magnético externo:

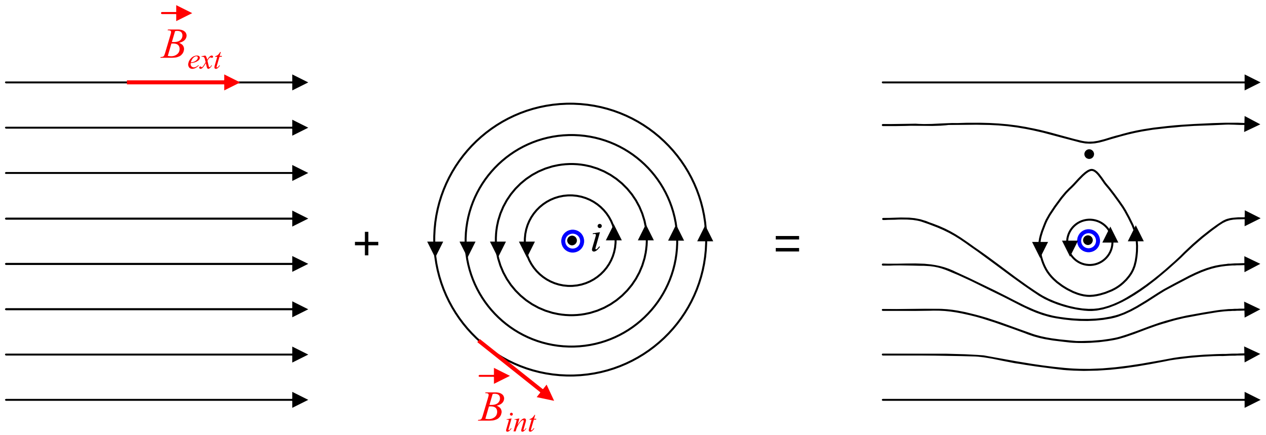
$$\boxed{\vec{F}_B = i\,\vec{L} \times \vec{B}_{ext}}$$

B_{ext} $\rightarrow$ módulo do campo magnético externo.

Obs.: 1) o fio também produzirá um campo magnético, que interage com o campo externo, chamado de **campo magnético intrínseco**, $\vec{B}_{\text{int}}$.

2) O campo magnético resultante:

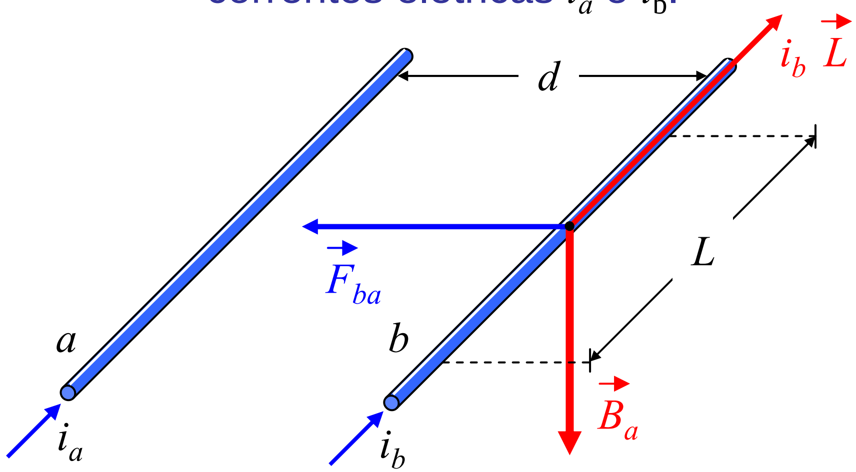
$$\boxed{\vec{B} = \vec{B}_{ext} + \vec{B}_{\text{int}}}$$



3) Para a situação anterior $\rightarrow$ deve existir um ponto P, onde $B = B_{\text{ext}} + B_{\text{int}} = 0$ e existe um ponto onde $B = B_{\text{ext}} + B_{\text{int}} = \text{máximo}$.

Dois Condutores Paralelos

Problema: dois fios longos paralelos, separados por uma distância d e transportando correntes elétricas i_a e i_b.



Usando o esquema:

Corrente $\leftrightarrow$ Campo Magnético $\leftrightarrow$ Corrente

B_a $\rightarrow$ Campo magnético externo ao fio b.
F_{ba} $\rightarrow$ Força magnética no fio b devido ao fio a.
$i_b\,L$ $\rightarrow$ elemento de corrente que sofre a ação da força F_{ba}.

O fio a produz $\vec{B}_a$ no local onde se encontra o fio b.

O fio b produz $\vec{B}_b$ no local onde se encontra o fio a.

Para o fio a, $\vec{B}_a$ é campo magnético intrínseco e $\vec{B}_b$ é campo magnético externo.

Para o fio b, $\vec{B}_b$ é campo magnético intrínseco e $\vec{B}_a$ é campo magnético externo.

1) Para o fio b o campo magnético externo é dado como:

Módulo: $B_a = \dfrac{\mu_0 \, i_a}{2\pi \, d}$.

Direção e sentido: perpendicular ao fio b, orientado para baixo.

2) O fio b transporta uma corrente elétrica i_b e encontra-se imerso no campo $\vec{B}_a$ (campo magnético externo a b) $\rightarrow$ então surge uma força:

$$F_{ba} = i_b \, L \, B_a \, \overbrace{sen\,\theta}^{1(\theta = 90^0)}$$

Módulo: $\boxed{F_{ba} = \dfrac{\mu_0 \, L \, i_a \, i_b}{2\pi \, d}}$.

Direção e sentido: os mesmos de $\vec{L} \times \vec{B}_a$.

Obs.: 1) poderíamos calcular a força no fio a devido ao fio b. A força deveria apontar para o fio b, caracterizando uma força de atração mútua entre os fios $\rightarrow$ correntes paralelas.

2) O campo magnético externo para cada fio é o campo magnético intrínseco do outro fio.

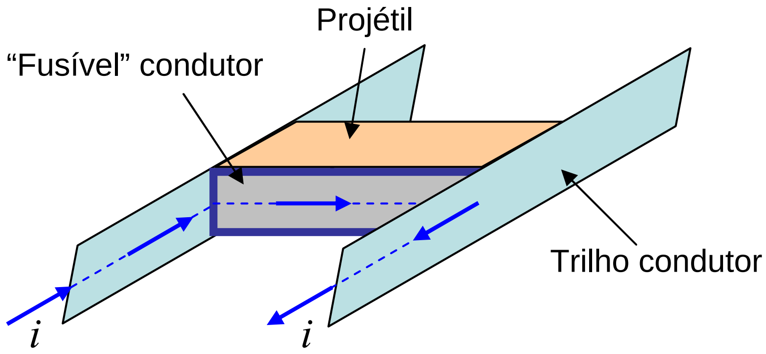
3) Para correntes elétricas antiparalelas $\rightarrow$ os dois fios se repelirão mutuamente.

"Correntes elétricas paralelas se atraem, correntes elétricas antiparalelas se repelem."

A força que atua em fios paralelos é a base para a definição do ampère (uma das 7 unidades do S. I.). A definição adotada desde 1946 é:

"O ampère é aquela corrente constante que, se mantida em dois condutores retilíneos paralelos, de comprimento indefinido e de seção transversal desprezível, colocados a 1 m de distância um do outro no vácuo, produzirá em cada um desses condutores uma força igual a 2×10^{-7} N por metro de comprimento."

Canhão Sobre Trilho

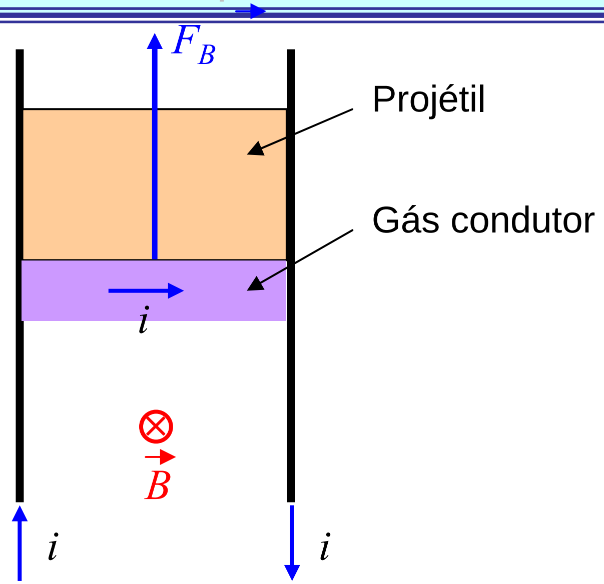


Sistema: dois trilhos condutores com um "fusível" condutor e um projétil.

Uma grande corrente é estabelecida ao longo de um dos trilhos condutores, paralelos. Ela atravessa o "fusível" condutor (peça estreita de cobre) entre os trilhos e, então, retorna à fonte de corrente ao longo do segundo trilho.

O projétil, a ser lançado, está colocado ao lado do fusível condutor e se encaixa frouxamente entre os trilhos.

Imediatamente, após o estabelecimento da corrente, o fusível se funde e se vaporiza, criando no local um gás condutor.



O campo magnético gerado por ambos os trilhos e o gás condutor é perpendicular ao plano da imagem, entrando para dentro da imagem (regra da mão direita).

A medida que o gás é forçado para fora ao longo dos trilhos, empurra o projétil, acelerando-o até 5×10^6 g, lançando-o com uma velocidade escalar de 10 km/s, tudo em 1 s.

Lei de Ampère

Na eletrostática $\rightarrow$ usamos a "Lei de Coulomb" para calcular o campo elétrico criado por qualquer distribuição de carga, e a Lei de Gauss para problemas com alta simetria.

Obs.: 1) para distribuições complexas, de cargas elétricas, resolvemos numericamente, via computação.

2) A Lei de Ampère é outra das Equações de Maxwell.

3) Tanto a Lei de Biot-Savart quando a Lei de Ampère relacionam uma distribuição de corrente elétrica e o campo magnético por esta gerado.

4) A Lei de Ampère se aplica a problemas com alto grau de simetria.

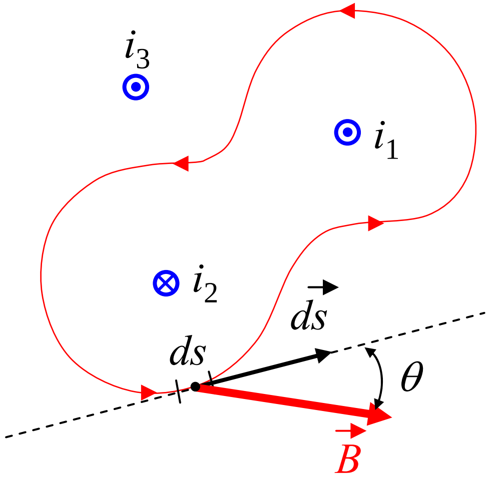
$$\boxed{\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 \, i} \quad \text{(Lei de Ampère).}$$

Curva Amperiana:

a) Curva fechada, que envolve todas as correntes elétricas das quais queremos calcular o campo magnético resultante.

b) $\oint$ $\rightarrow$ indica que a integral de $\vec{B} \times \vec{ds}$ deve ser feita em torno dessa curva fechada.

c) i $\rightarrow$ corrente elétrica líquida englobada pela curva amperiana



Para entendermos a aplicação da Lei de Ampère, vamos utilizar a figura ao lado:

a) Dividimos a curva amperiana em segmentos diferenciais de linha $\vec{ds}$.

b) $\vec{B}$ $\rightarrow$ campo magnético neste ponto (ds) gerado pela corrente elétrica, que devido à simetria, deve estar no plano da curva amperiana.

c) θ $\rightarrow$ ângulo entre $\vec{B}$ e $\vec{ds}$, então:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \oint B \cos\theta \, ds$$

Obs.: 1) para integrarmos vamos percorrer a curva amperiana no sentido anti-horário, somando todas as contribuições ds.

2) Para calcularmos i devemos somar algebricamente os valores das correntes elétricas arbitrando positivo e negativo, conforme o caso:

"**Convenção:** curve os dedos da mão direita ao redor da curva amperiana, no sentido de integração. À corrente que passa através de curva no sentido do polegar estendido, atribuímos o sinal positivo e a corrente que passa no sentido oposto, o sina negativo."

No nosso caso $i = i_1 - i_2$.

Onde excluímos i_3. então $\oint B\cos\theta\, ds = \mu_0\,(i_1 - i_2)$

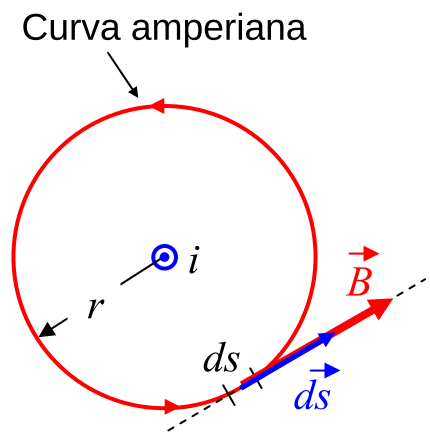
Obs.: notar a semelhança com a Lei de Gauss.

Campo Magnético Devido a um Fio Retilíneo Longo

Já foi visto anteriormente (Lei de Biot-Savart) que

$$\boxed{B = \frac{\mu_0\, i}{2\pi\, r}}$$

1º Caso) Curva amperiana externa ao fio.



Este problema possui simetria suficiente para podermos usar a Lei de Ampère.

Curva amperiana:

* Problema com simetria cilíndrica.
* Curva amperiana concêntrica com o fio, de raio r.
* $\vec{B}$ possui módulo B em todos os pontos da curva amperiana circular.
* $\vec{B}$ e $\vec{ds}$ possuem o mesmo sentido sempre ($\theta = 0^0$ sempre).

Obs.: caso o sentido de $\vec{B}$ fosse oposto ao de $\vec{ds}$, obteríamos o campo magnético com sinal trocado.

Da Lei de Ampère:

Lado esquerdo $\rightarrow \oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \oint B \underbrace{\cos\theta}_{1(\theta = 0^0)} ds = \oint \underbrace{B}_{\text{Cte em } ds} ds = B(2\pi r)$.

Lado direito $\rightarrow$ usando a regra da mão direita $i \rightarrow +i$, e $\mu_0\, i \rightarrow +\mu_0\, i$.

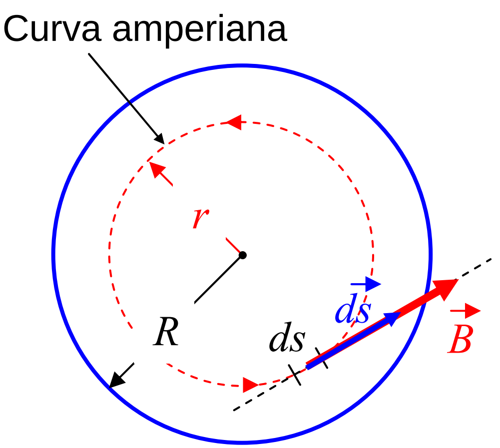
Igualando, $B(2\pi r) = \mu_0\, i$ ou

$$\boxed{B = \frac{\mu_0\, i}{2\pi r}}$$ mesmo resultado da Lei de Biot-Savart.

Conclusão: 1) o resultado é o mesmo da Lei de Biot-Savart, só que com menos trabalho.

2) Obtivemos um campo magnético positivo, o que significa que o sentido adotado está correto.

2º Caso) Curva amperiana no interior do fio.



Características: seção transversal de um fio retilíneo longo, de raio R, transportando uma corrente i_0, uniformemente distribuída sobre a seção transversal, e emergindo da figura.

Problema: qual o campo magnético fora e dentro do fio?

a) Para pontos fora do fio ($r > R$) $\rightarrow$ calculado anteriormente.

$$B = \frac{\mu_0 \, i_0}{2\pi \, r}$$

b) Para pontos dentro do fio ($r < R$)

Lado esquerdo $\rightarrow \oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = B \oint ds = B\,(2\pi \, r)$.

Lado direito $\rightarrow$ i não será i_0, mas apenas uma fração deste, pois

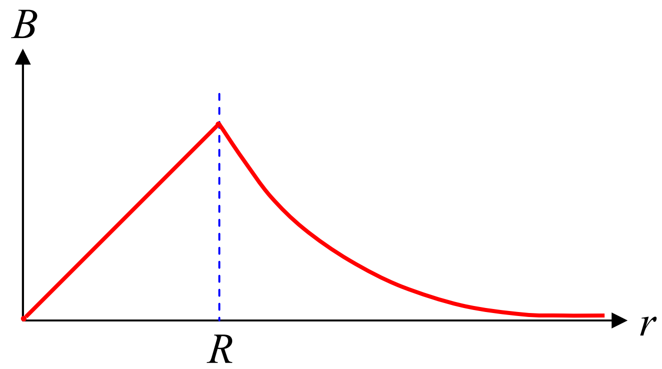
.

$$J = \frac{i}{A} = \frac{i}{\pi \, r^2} = \frac{i_0}{\pi \, R^2} = Cte$$ então

$$\boxed{B = \left(\frac{\mu_0 \, i_0}{2\pi \, R^2}\right) r}$$

Obs.: 1) B é proporcional a r no interior do condutor, partindo de zero no centro do fio.

2) Na superfície do condutor ($r = R$), $B = \dfrac{\mu_0\, i_0}{2\pi\, R}$ que é o mesmo resultado anterior.



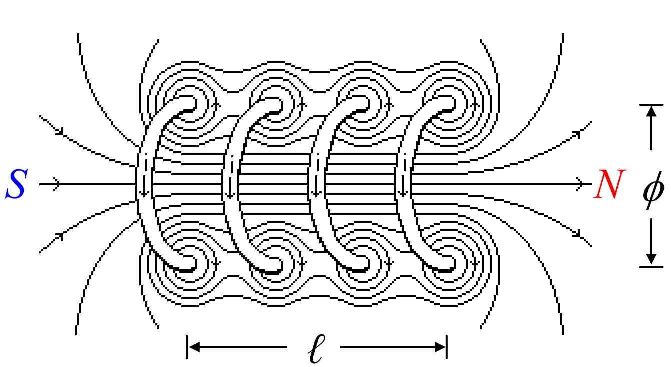
Solenóides e Toróides

O solenóide

Problemas com alto grau de simetria $\rightarrow$ a Lei de Ampère é mais útil.

Problema: achar o campo magnético criado por uma corrente numa bobina helicoidal, longa, enrolada compactamente.

Vamos supor que o comprimento do solenóide, ℓ, é muito maior que o diâmetro, $\phi \rightarrow \ell >> \phi$.



Solenóide Real

1º) O campo magnético do solenóide é a soma vetorial dos campos criados por cada uma das espiras.

2º) Para pontos muito próximos do fio $\rightarrow$ comporta-se como um fio retilíneo longo e, portanto, $\vec{B}$ forma círculos aproximadamente concêntricos.

3º) Entre espiras adjacentes $\rightarrow$ o campo magnético tende a se cancelar.

4º) Em determinados pontos no interior do solenóide o campo magnético é aproximadamente uniforme e paralelo ao eixo central do solenóide.

5º) Longe do solenóide o campo magnético tende a se anular.

Caso Ideal

1º) Solenóide infinitamente longo e que consiste de espiras estreitamente espaçadas de fio de seção reta quadrada.

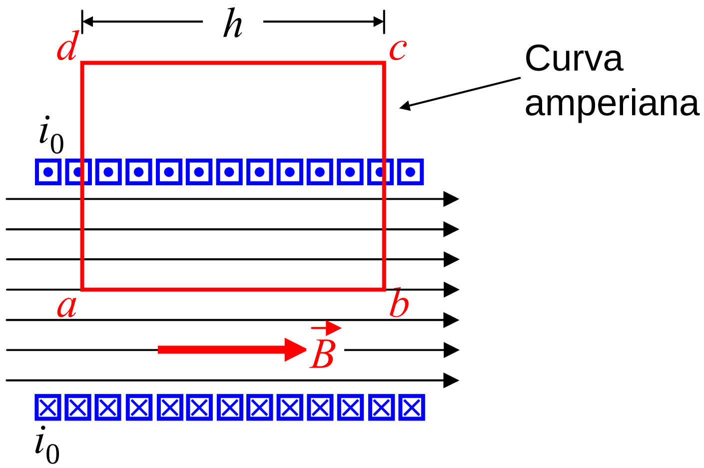
2º) O campo magnético no interior do solenóide é uniforme e paralelo ao eixo do solenóide.

3º) Para um ponto P na parte superior do solenóide, os campos magnéticos criados pela parte de cima e da parte de baixo do solenóide tendem a cancelar $\rightarrow$ no caso ideal é $zero$.

Obs.: supor que o campo magnético externo seja nulo, no ponto P dito acima, pode ser uma excelente hipótese para o solenóide real $\rightarrow$ quando o comprimento for muito maior que o seu diâmetro ($\ell >> \phi$)

O sentido do campo magnético ao longo do eixo do solenóide é dados pela regra da mão direita:

Aplicando a Lei de Ampère para o solenóide



Características: solenóide ideal percorrido por uma corrente i_0.

Problema: encontrar o campo magnético dentro de fora do solenóide.

Usando a Lei de Ampère $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 \, i$

Lado esquerdo:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \int_a^b \vec{B} \cdot d\vec{s} + \int_b^c \vec{B} \cdot d\vec{s} + \int_c^d \vec{B} \cdot d\vec{s} + \int_d^a \vec{B} \cdot d\vec{s}$$

1(θ = 0⁰) **Cte em *ds***

$$\int_a^b \vec{B} \cdot d\vec{s} = \int_a^b B \, ds \cos\theta = \int_a^b B \, ds = B \, h$$

0(θ = 90⁰)

$\int_b^c \vec{B} \cdot d\vec{s} = \int_d^a \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$ pois $\vec{B} \perp$ a $d\vec{s}$ $(\cos\theta = 0)$.

$\int_c^d \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$ pois $B = 0 \text{ T}$.

Lado direito: a corrente, i, englobada pela curva amperiana vale $N \, i_0$, ou seja

$\mu_0 \, i \to \mu_0 \, N \, i_0$ onde $n = \dfrac{N}{h}$, então $\mu_0 \, i \to \mu_0 \, n \, h \, i_0$

Voltando à Lei de Ampère $B \, \cancel{h} = \mu_0 \, n \, \cancel{h} \, i_0$

$$\boxed{B = \mu_0 \, n \, i_0}$$ (solenóide ideal)

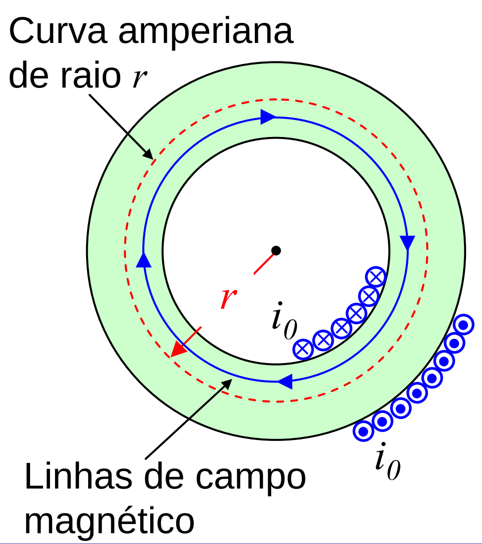
Obs.: 1) embora tenhamos calculado para um solenóide infinitamente longo (ideal), este resultado vale como boa aproximação pra o solenóide real, para pontos internos muito próximos do centro do solenóide.

2) Esta equação é consistente com o fato experimental de que B não depende do diâmetro ou do comprimento do solenóide, e B é uma constante sobre a seção transversal do solenóide.

3) O solenóide fornece um meio prático de se obter um campo magnético uniforme e conhecido, para fins experimentais, da mesma forma com o capacitor de placas paralelas fornece um meio prático de se obter uma campo elétrico uniforme, conhecido.

O Toróide

Problema: achar o campo magnético no interior de um toróide.



O toróide, podemos descrevê-lo como sendo um solenóide encurvado, em forma de pneu.

As linhas de campo magnético formam círculos concêntricos no interior do toróide.

Vamos escolher a curva amperiana como sendo um círculo concêntrico às linhas de campo, de raio r. Vamos percorrê-la no sentido horário.

Aplicando a Lei de Ampère

1(θ = 0⁰) C<u>te</u> em *ds*

Lado esquerdo: $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \oint B\, ds\, \cancel{\cos}\theta = \oint \cancel{B}\, ds = B\,(2\pi\, r)$

Lado direito: $\mu_0\, i \rightarrow \mu_0\, N\, i_0$

$B\,(2\pi\, r) = \mu_0\, N\, i_0$ então

$$\boxed{B = \frac{\mu_0\, i_0\, N}{2\pi}\frac{1}{r}}$$

i_0 → corrente que percorre os enrolamentos do toróide → positiva (sentido horário para a curva amperiana – i_0 fica positivo).

N → número total de espiras percorridas por i_0.

Obs.: 1) ao contrário do solenóide, B não é constante sobre a seção transversal de um toróide.

2) Fica fácil mostrar, com a Lei de Ampère, que $B = 0\ \mathrm{T}$ para pontos fora de um toróide ideal.

Com um exame mais detalhado deste resultado (campo magnético toroidal), justificamos a nossa afirmação

"um toróide é um solenóide encurvado em forma de pneu."

$\ell = 2\pi\, r$ → circunferência central do toróide.

$n = N / \ell$ → número de espiras por unidade de comprimento.

$B = \mu_0\, n\, i_0$ → é a equação do solenóide (campo magnético na região central de um solenóide).

O toróide é a característica principal de um *tokamak* (como já foi visto) $\rightarrow$ dispositivo promissor como base de um reator de fusão nuclear.

Uma Bobina de Corrente e Suas Propriedades de Dipolo Magnético

Já foi vimos que $\rightarrow$ uma bobina percorrida por uma corrente se comporta como um dipolo magnético.

$$\boxed{\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}}$$

$\vec{\tau}$ $\rightarrow$ torque na bobina devido ao campo magnético $\vec{B}$.

$\vec{\mu}$ $\rightarrow$ momento de dipolo magnético da bobina = $N\, i\, \vec{A}$.

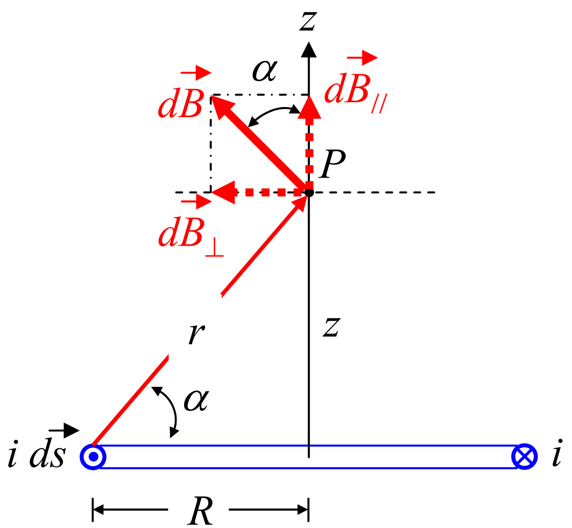
$$\boxed{\vec{\mu} = N\, i\, \vec{A}}$$

N $\rightarrow$ número de espiras da bobina.
i $\rightarrow$ corrente elétrica na bobina.
A $\rightarrow$ área limitada pela bobina.

Campo Magnético de uma Bobina Percorrida por Corrente

Problema: qual é o campo magnético gerado em volta de uma bobina percorrida por uma corrente elétrica?

R.: O problema não tem simetria suficiente que torne útil a aplicação da Lei de Ampère e, assim, devemos usar a Lei de Biot-Savart.



Características: espira circular de raio R, transportando uma corrente i, onde P é um ponto sobre o eixo da espira, a uma distância z do seu plano.

Aplicando a Lei de Biot-Savart ao elemento de corrente localizado no lado esquerdo da espira:

$d\vec{s}$ $\rightarrow$ aponta para fora da figura.

$d\vec{s} \perp \vec{r}$ $\rightarrow$ $ds\, r\, \text{sen}\theta = ds\, r$ ($\theta = 90^0$).

$d\vec{B}$ $\rightarrow$ é perpendicular tanto a $d\vec{s}$ quanto a $\vec{r}$.

Decompondo $d\vec{B}$:

$dB_{//}$ $\rightarrow$ componente de dB ao longo do eixo (paralelo ao eixo).
$dB_{\perp}$ $\rightarrow$ componente de dB perpendicular ao eixo (é cancelado aos pares com $i\,d\vec{s}$ simétrico à direita).
Somente $dB_{//}$ contribui para o campo magnético total no ponto P.

Integrando dB, $B = \int dB_{//} = \int dB\cos\alpha$

1(θ = 90⁰)

como $dB = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{i\,ds\,sen\theta}{r^2} = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{i\,ds}{r^2}$

$$\begin{cases} \cos\alpha = \dfrac{R}{r} \\ r = \sqrt{R^2 + z^2} \end{cases}$$

$B = \int dB_{//} = \int dB = \int_0^{2\pi R} \dfrac{\mu_0\, i\, R\, ds}{4\pi\,(R^2+z^2)^{3/2}}$ como i, R e z são constantes (dados do problema).

$$B = \frac{\mu_0 \; i \; R}{4\pi \, (R^2 + z^2)^{3/2}} \int_0^{2\pi \, R} \cancelto{2\pi R}{ds}$$

$$\boxed{B = \frac{\mu_0 \; i \; R^2}{2 \, (R^2 + z^2)^{3/2}}}$$

Obs.: 1) a direção e sentido de $\vec{B}$ são idênticos ao do momento de dipolo magnético $\vec{\mu}$ da bobina.

2) Para pontos axiais muito afastados da bobina ($z >> R$)

$$\boxed{B(z) = \frac{\mu_0 \; i \; R^2}{2 \; z^3}}$$

Lembrando que a bobina é composta de N espiras (muito cerradas, cada uma com área $A = \pi R^2$).

$$B(z) = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{N \; i \; A}{z^3}$$

Podemos relacionar B e μ através de

$$\boxed{\vec{B}(z) = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{\vec{\mu}}{z^3}}$$

onde $\mu = N \, i \, A$.

$\vec{B}$ e $\vec{\mu}$ possuem a mesma direção e sentido.

Esta equação é similar a

$$\boxed{\vec{E}(z) = \frac{1}{2\pi\,\varepsilon_0}\,\frac{\vec{p}}{z^3}}$$

$\vec{p}$ $\rightarrow$ momento de dipolo elétrico.

Lista de Exercícios Complementar 9

3E)	pág. 198
4E)	pág. 198
10E)	pág. 198
11P)	pág. 198
17P)	pág. 199
19P)	pág. 199
28E)	pág. 200
37P)	pág. 201
38P)	pág. 201
44P)	pág. 202
46P)	pág. 202
56E)	pág. 203
61P)	pág. 204
62P)	pág. 204
65E)	pág. 204