Experiência 7 - Corda Vibrante

1. OBJETIVO

O objetivo desta aula é estudar a propagação de uma onda mecânica transversal através de uma corda. A velocidade de propagação será obtida através de medidas diretas de comprimentos de onda em ondas estacionárias e também através da relação entre a tensão na corda e a densidade dela.

2. INTRODUÇÃO

As ondas mecânicas se propagam através de diversos meios materiais e em cada um destes meios elas podem ter velocidades de propagação diferentes, dependendo do tipo de onda e das propriedades do meio. Vamos estudar o caso das ondas estacionárias em uma corda. Neste caso uma das extremidades da corda é agitada com uma certa freqüência e a outra extremidade permanece fixa. O movimento oscilatório de uma das extremidades "injeta" na corda uma onda onda descrita por:

$$y_1(x,t) = A\,sen(kx + \omega t). \qquad (1)$$

onde A é a amplitude, x é uma coordenada de posição no eixo longitudinal ao movimento da onda, $k = 2\pi/\lambda$, λ é o comprimento de onda e ω é a freqüência angular de oscilação.
A onda injetada é refletida na extremidade fixa da corda e retorna. A onda refletida é descrita por:

$$y_2(x,t) = -A\,sen(kx - \omega t) \qquad (2)$$

As ondas injetada e refletida, se propagam pela mesma corda e interferem. Como nós já sabemos, o resultado de uma interferência é a soma das amplitudes das ondas:

$$y_1(x,t) + y_2(x,t) = A[sen(kx + \omega t) - sen(kx - \omega t)] \qquad (3)$$

Esta equação pode ser reescrita como:

$$y_1(x,t) + y_2(x,t) = 2A\,sen\,kx\,\cos\omega t \qquad (4)$$

Podemos ver que o resultado da interferência é uma onda estacionária. Veja a figura 1. Note que independente das oscilações temporais, teremos posições x onde a oscilação será nula, o que não ocorre com ondas propagantes. Estes pontos são dados por:

$$sen\,kx = 0 \rightarrow kx = n\pi \quad , \qquad (5)$$
$$\frac{2\pi}{\lambda}x = n\pi \rightarrow x = n\frac{\lambda}{2}$$

onde $n = 0, 1, 2, 3...$

Pela equação (5), vemos então que nem todos os comprimentos de onda são permitidos, uma vez que as extremidades da corda são pontos fixos. Se chamamos de L o comprimento da corda entre o ponto em que a onda é injetada(oscilador) e o ponto em que a corda está presa, não poderemos por exemplo ter ondas com comprimento de onda maior do que 2L. Teremos ondas estacionárias com comprimentos de onda dados por:

$$\lambda_m = \frac{2L}{m} \qquad \text{com } m = 1, 2, 3... \qquad (6)$$

Embora possa parecer contraditório que o ponto móvel (onde a onda é injetada) pareça estar sendo considerado fixo, o que na verdade é feito é uma aproximação. O oscilador que agita a corda, realiza oscilações de amplitudes pequenas quando comparadas com a amplitude da onda na corda. O ponto fixo fica na realidade próximo do oscilador-agitador da corda e por simplicidade consideramos a posição do próprio oscilador como ponto fixo. Esta aproximação ficará ruim se a amplitude do oscilador for grande demais.

Sabemos ainda que a relação entre a velocidade de uma onda, a sua freqüência e comprimento de onda é dada por:

$$v = \lambda f \quad , \qquad (7)$$

onde v é a velocidade de propagação, λ é o comprimento de onda e f é a freqüência.

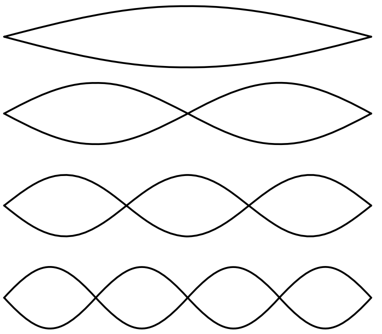

FIG. 1 - Ondas estacionárias em uma corda.

Combinando as equações (6) e (7) chegamos à conclusão de que somente teremos ondas estacionárias na corda, quando a freqüência da onda injetada, ou a freqüência de excitação, tiver algum dos seguintes valores:

$$f = m\frac{v}{2L}. \qquad (8)$$

Os modos de oscilação da corda que têm estas freqüências são chamados de **modos normais**.

Por outro lado, uma onda que se propague por uma corda que tenha uma certa densidade μ e que esteja sendo esticada com uma força de módulo igual a T (tensão na corda), terá uma velocidade dada por :

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \quad . \qquad (9)$$

3. PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

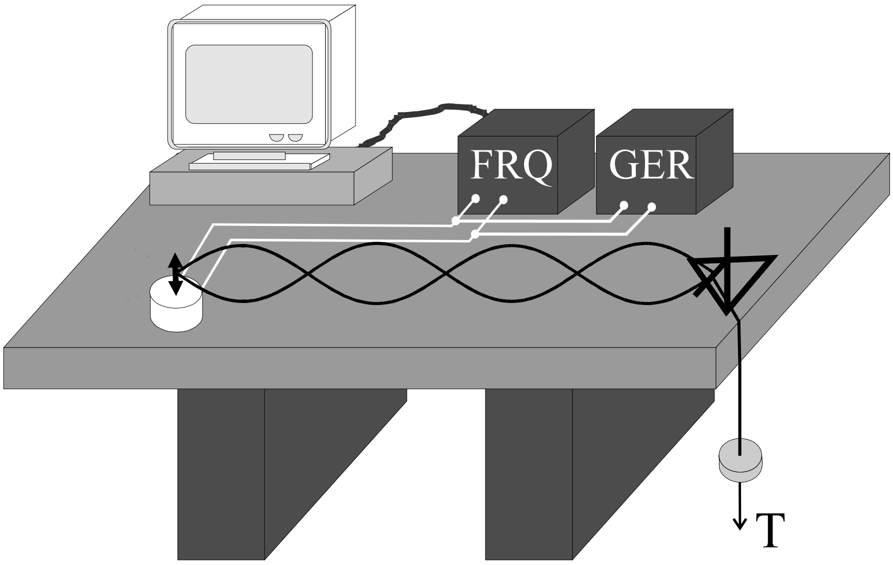

FIG. 2 - Esquema do aparato experimental – corda vibrante.

1 - Meça a massa M_L e o comprimento L da corda. Use estes dados para calcular a densidade μ da corda.

2 - Monte o esquema da figura 2. Uma das extremidades da corda deve ficar presa. Ela pode ser presa à própria mesa. A corda deve ser passada por dentro do orifício da bobina, depois ser apoiado no suporte próximo à extremidade da mesa e finalmente acoplada ao suporte com as massas, cujo peso definirá a tensão na corda. Faça medidas para $M = 200g$ e $M = 400g$. Lembre-se de que $T = Mg$.

3 - Coloque a corda para oscilar, ajustando a amplitude e a freqüência do gerador. Comece com uma freqüência baixa e uma amplitude correspondendo à metade da escala do gerador.

4 - Aumente a freqüência gradativamente até que a onda estacionária correspondente a $\lambda/2$ seja obtida. Ela terá apenas um máximo de amplitude. Faça a leitura da freqüência de excitação da bobina e meça com uma régua a distância L entre a bobina osciladora e o suporte onde a corda se apóia. Neste caso $L = \lambda/2$.

5 - Continue aumentando a freqüência gradativamente até encontrar cada uma das ondas com $2\lambda/2$, $3\lambda/2$, $4\lambda/2$, $5\lambda/2$, $6\lambda/2$, $7\lambda/2$ e $8\lambda/2$, sempre anotando as freqüências de excitação correspondentes. Para obter o valor de λ em cada situação, basta lembrar que $\lambda_m = \frac{2L}{m}$.

4. QUESTIONÁRIO

1 - Faça duas tabelas a partir de suas medidas, uma para $M = 200g$ e outra para $M = 400g$, com as seguintes colunas:

m	$\lambda(m)$	$\sigma_\lambda (m)$	$f\ (Hz)$	$\sigma_f\ (Hz)$

3 – Para os resultados obtidos com a massa de 200g, faça um ajuste dos dados com a função tentativa $f = \frac{a}{\lambda} + b$, onde a é um parâmetro ajustável que deve fornecer o valor de v e b é um parâmetro ajustável que leva em conta um possível deslocamento da freqüência. Apresente o valor obtido para v com a respectiva incerteza.

4 – Faça um gráfico, em papel milimetrado, de $f \times \lambda$, para os dados obtidos com a massa de 200g.

5 – Para os resultados obtidos com a massa de 400g, faça um ajuste dos dados com a função tentativa $f = \frac{a}{\lambda} + b$, onde a é um parâmetro ajustável que deve fornecer o valor de v e b é um parâmetro ajustável que leva em conta um possível deslocamento da freqüência. Apresente o valor obtido para v com a respectiva incerteza.

6 - Faça um gráfico, em papel milimetrado, de $f \times \lambda$, para os dados obtidos com a massa de 400g.

7 - Calcule o valor de v, para os dois conjuntos de dados (M = 200g e M = 400g), utilizando a tensão aplicada e a densidade da corda. Apresente os valores obtidos com as respectivas incertezas.