Na Unidade anterior estudamos o comportamento de resistores, capacitores e indutores quando excitados com uma voltagem constante. No caso, utilizamos constantes de tempo pequenas, da ordem do milisegundo, que significou que tivemos que utilizar o osciloscópio e um gerador de função para colocar uma janela com abertura da ordem de duas a três vezes o valor da constante de tempo do circuito de forma a observar os efeitos associados aos elementos estudados.

Nessa Unidade e nas seguintes, estudaremos o comportamento de resistores, capacitores e indutores quando submetidos a voltagens senoidais, ou seja, voltagens que variam no tempo descrevendo uma função senoidal. Estudaremos como a dependência da amplitude da voltagem depende da freqüência do sinal de excitação. Mostraremos também, as condições em que ocorrem diferenças de fase entre a corrente e a voltagem. Nesse estudo utilizaremos o osciloscópio e um gerador de ondas senoidais, e vamos medir amplitudes da corrente e voltagem em função da freqüência. Vamos mostrar que os comportamentos podem ser explicados introduzindo o conceito de impedância. Começaremos dando uma pequena introdução a respeito de sinais senoidais.

Sinais Senoidais

Quando estamos tratando com circuitos elétricos, sinais senoidais são voltagens que variam no tempo de forma senoidal. São representados, na forma mais geral, pela função senoidal do tipo

$$V(t) = A\sin(\omega t + \vartheta) \tag{4.1}$$

Onde "A" é o que chamamos de amplitude: representa o valor da função quando a função seno é igual à unidade, ou seja, é o valor máximo da função, que pode ser também escrito como V_0. A amplitude também é chamada de "valor de pico da função" e, na equação acima, seria representado por V_P. É sempre um valor positivo. Existem várias maneiras de se registrar a função acima, todas querendo significar a mesma coisa e podendo ser usadas indistintamente:

$$V(t) = A\sin(\omega t + \vartheta) = V(0)\sin(\omega t + \vartheta) = V_0\sin(\omega t + \vartheta) = V_P\sin(\omega t + \vartheta)$$

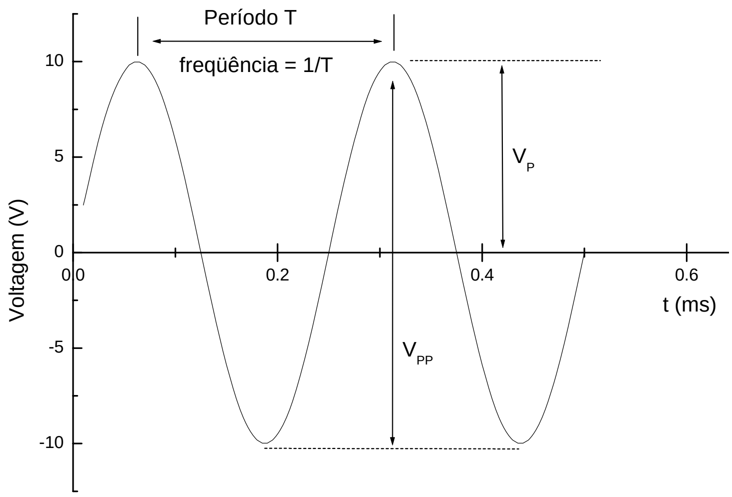

Fig. 4.1 – Na figura acima estão indicados a forma como os valores de pico e pico-a-pico da voltagem são definidos. A figura também mostra como o período e a freqüência são determinados. No exemplo mostrado na figura, o valor de pico, V_P, da voltagem é 10V e o período da senoide T = 0,25ms (f = 4000Hz)

Quando o valor da função seno atingir o seu menor valor (-1), a voltagem terá o seu valor máximo negativo $-V_P$. Portanto, uma voltagem senoidal oscilará entre os valores extremos V_P e $-V_P$. A diferença entre esses valores é o que chamamos de valor ***"pico-a-pico"*** da voltagem e o representamos por $\mathbf{V_{PP}}$. No laboratório, em geral, é mais fácil determinarmos o valor V_{PP} do que simplesmente o valor de pico. Isso se deve ao fato que a determinação do valor de pico, pela visualização da senoide na tela do osciloscópio, depende de um ajuste prévio do valor "zero" da função, o que não é necessário quando se determina o valor V_{PP} da função pois, por definição, o valor de V_P é a metade do valor V_{PP}. A Fig.(4-1) ilustra esses pontos. O símbolo ω representa a velocidade angular da senoide e é definida como

$$\omega = 2\pi f \quad \text{onde} \quad f = \frac{1}{T}$$

é a freqüência da senoide propriamente dita e T o seu período.

O argumento da função seno nas equações acima é chamado de ***fase*** da senoide e o termo ϑ é uma constante arbitrária que serve para determinarmos o valor da função em um instante de tempo que definimos como t=0.

Em nossos estudos experimentais é muito cômodo, e mais preciso, definirmos uma senoide como a mostrada pela linha sólida da Fig.(4.2). Isso significa definirmos ϑ=0 na Eq.(4.1). Na realidade, a definição de uma fase tem sentido somente quando comparamos duas funções senoidais simultaneamente. Nesse caso, definimos um ângulo de fase φ que serve, essencialmente, para determinarmos a diferença de tempo que uma função senoidal leva para chegar à mesma fase de uma outra senoide tomada como referência, ou seja, φ **representa a diferença de fase entre duas senoides de mesma freqüência**. Por exemplo, chamando V_1(t) e V_2(t) duas voltagens que variam senoidalmente em função do tempo com a mesma freqüência, dizemos que existe uma diferença de fase φ entre as voltagens, se V_2 atingir, por exemplo, o valor máximo positivo em um tempo diferente daquele que V_1 chega a esse máximo. A Fig.4-2 mostra duas funções defasadas de $\pm\pi/4$ rad ou $\pm 45°$ em relação a uma função tomada como referência (linha sólida).

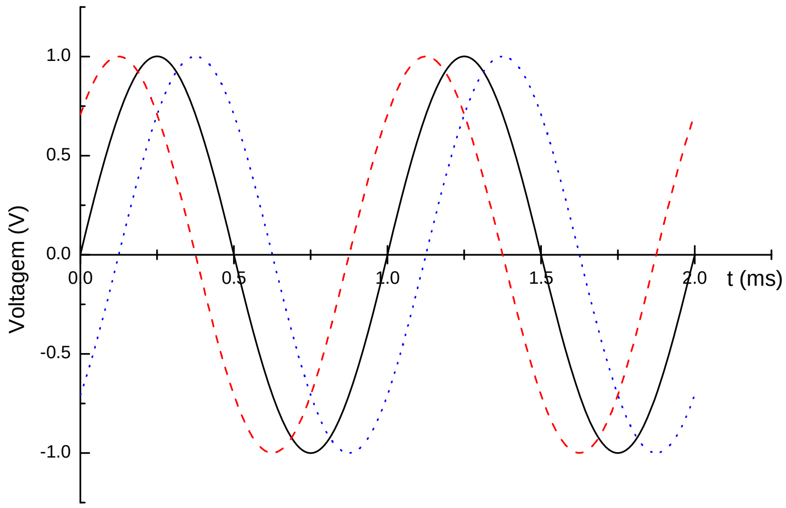

Fig. 4-2 A linha sólida representa a função de referência. A linha tracejada representa uma senoide adiantada de $\pi/4$ rad em relação à referência. A linha pontilhada representa uma senoide atrasada de $\pi/4$ rad em relação à referência.

Na Fig.(4-2), a linha contínua representa a voltagem de referência. Seu valor é zero quando t = 0. Podemos observar que quando a voltagem V_1 passa pela linha de zero volt para voltagens crescendo (inclinação positiva), a senoide da esquerda (linha tracejada) está, nesse instante de tempo, com um valor maior que zero e a senoide da direita (linha pontilhada) está com um valor menor. Dizemos, portanto, que a fase da senoide tracejada está adiantada, enquanto a senoide pontilhada está atrasada em relação à senoide com linha contínua, que utilizamos como referência. Essas funções podem ser representadas, respectivamente, pelas seguintes funções

$$V(t) = V_0 \sin(\omega t + \pi / 4) \tag{4.2}$$

$$V(t) = V_0 \sin(\omega t) \tag{4.3}$$

$$V(t) = V_0 \sin(\omega t - \pi/4) \tag{4.4}$$

Voltagens do tipo senoidal são as mais simples de serem produzidas e, também, as mais simples de serem tratadas matematicamente. Por isso, são o tipo mais comum de sinal que podemos encontrar. É o tipo de voltagem que encontramos nas tomadas que existem em nossas residências e é conhecido como "corrente alternada". A caraterística principal dessa voltagem é que ela é produzida em geradores em usinas elétricas por voltagens induzidas pela rotação de turbinas. A variação da voltagem ocorre de forma senoidal, exatamente da forma da função trigonométrica seno.

Uma das grandes vantagens da utilização de senos (ou cossenos) em sinais eletrônicos vem do fato de que estes tipos de função são soluções de muitas equações diferenciais que descrevem muitos fenômenos encontrados na natureza e também de muitos circuitos elétricos lineares.

Voltagens alternadas podem ser medidas com voltímetros conectados em uma escala adequada para medida de sinais alternados. Como um sinal alternado tem valor médio igual a zero, a escala do voltímetro que mede sinais alternados possui em sua entrada um dispositivo chamado de "retificador de onda-completa" que transforma a função $V_0\sin(\omega t)$ em $V_0|\sin(\omega t)|$. Nesse caso, o valor lido corresponde ao que chamamos de valor eficaz, que é a raiz quadrada do valor médio do quadrado da voltagem calculada ao longo do período, ou seja,

$$V_{eff} = \left(\frac{1}{T} \int_0^T V_P^2 \sin^2(\omega t)\, dt \right)^{1/2} = \frac{V_P}{\sqrt{2}} = \frac{V_{PP}}{2\sqrt{2}} \tag{4.5}$$

Por exemplo, a voltagem nominal de nossa rede elétrica doméstica é 127V. Esse valor é o valor eficaz da voltagem da rede elétrica. Isso significa que o valor de pico da rede elétrica será 179,6V.

Resistores em corrente alternada

Em circuitos lineares, como o nome diz, espera-se que voltagens e correntes se relacionem de forma linear. É o que ocorre no caso dos resistores, e a lei que relaciona corrente e voltagem é a Lei de Ohm, estudada na Unidade 2. Nos resistores a corrente é proporcional à voltagem aplicada e a constante de proporcionalidade é chamada de resistência. Isso funciona tanto para correntes contínuas como para correntes alternadas. Vamos imaginar um resistor de valor R, submetido a uma voltagem alternada. Pela Lei de Ohm a corrente no resistor será dada por:

$$i(t) = \frac{V(t)}{R} = \frac{V_0}{R} \sin(\omega t) = i_0 \sin(\omega t) \tag{4.6}$$

Da relação acima vemos que a corrente estará em fase com a voltagem, ou seja, não há diferença temporal entre corrente e voltagem e quando a voltagem assume um valor máximo, a corrente também estará em um máximo. Na Fig.(4-3) são mostradas a voltagem e a corrente em fase.

Tomando as amplitudes dos dois sinais teremos:

$$R = \frac{V_0}{i_0} \tag{4.7}$$

O resultado mostra que a resistência também não dependerá da freqüência do sinal aplicado.

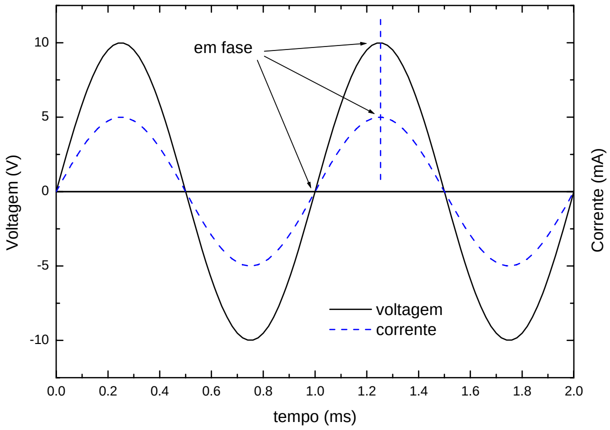

Fig 4-3: Voltagem e corrente em fase. Aparência da voltagem e corrente observados simultaneamente em circuitos puramente resistivos. A linha tracejada representa a corrente

Esse resultado é muito importante pois nos permite determinar a corrente do circuito determinando o valor de V_o no resistor e dividindo-o pelo valor da resistência.

Circuitos puramente resistivos

Procedimento 5-1:

Nesse procedimento estamos interessados em verificar a Lei de Ohm para resistores quando eles estão submetidos a correntes alternadas. Como não podemos medir a corrente no circuito diretamente com o osciloscópio (necessitaríamos de uma sonda especial), vamos medi-la de forma indireta, usando um resistor como sonda.

1. Monte o circuito da figura abaixo, usando os seguintes resistores: R_1=1kΩ; R_2=100Ω. Vamos medir a voltagem no resistor de valor nominal 100Ω (R_2) e determinar a corrente no circuito através deste resultado fazendo $I=V/R_2$. Com um ohmímetro meça o valor real de R_2 e sua incerteza.

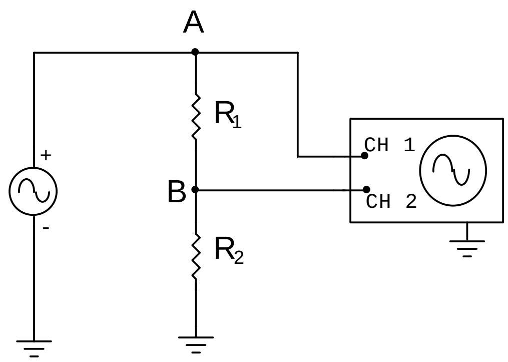

Figura 4-4 Montagem de um circuito puramente resistivo.

2. Ligue os equipamentos e selecione um sinal senoidal no gerador. Ajuste a freqüência do gerador com o auxílio de um osciloscópio (CH1) para 200 Hz. Com o osciloscópio meça o período com sua respectiva incerteza e determine a freqüência. Anote estes valores nas Tabela 4-1-1. Você deve observar uma figura semelhante à da Fig. 4.3

3. Ligue o ponto B ao canal 2 do osciloscópio (CH2) a ajuste a amplitude no gerador para obter um valor pico (V_P) de V_B (entre o ponto B e a TERRA) de 0.1V. Lembre-se de utilizar uma escala apropriada no osciloscópio, ou seja, uma escala onde a precisão seja suficientemente grande.

Anote este valor na Tabela 4-1-1. Usando o valor do resistor R_2, determine a corrente que passa pelo circuito

> *Uma maneira conveniente de fazermos essas medições, que se aplica aos outros procedimentos semelhantes que virão a seguir, consiste em colocarmos o "zero" de cada canal do osciloscópio* (GND) *sobre a linha inferior da tela do osciloscópio. Com isso, podemos determinar as amplitudes dos dois canais simultaneamente simplesmente ajustando, quando for o caso, o fator de escala de cada canal*

4. Meça o valor da diferença de potencial entre o ponto A e a TERRA (CH1) com a respectiva incerteza, e anote este valor na Tabela 4-1-1. **Com os valores de V_A e V_B podemos determinar o valor da voltagem no resistor R_1, simplesmente determinando a diferença $V_A - V_B$.** Há uma coluna nas tabelas para que você faça estas determinações. Observe que não há diferença de fase entre os sinais! Para verificar isso, observe a diferença de tempo entre os dois sinais (diferença entre dois máximos, por exemplo, conforme o exemplo da Fig 4-3).
5. Repita os itens anteriores ajustando amplitude do gerador para que a voltagem no ponto B aumente em intervalos de 0.1V até completar a Tabela 4-1-1.
6. Repita o procedimento anterior para freqüências de 500Hz e 1KHz, preenchendo as Tabelas 4-1-2 a 4-1-3. Lembre-se de SEMPRE fazer uma medida do período correspondente (com incerteza) usando o osciloscópio. A incerteza da freqüência é obtida por propagação da incerteza do período.

Análise de Dados e questões

1. Em uma mesma folha de papel milimetrado trace a curva V_R x i para cada freqüência (sugestão: use símbolos diferentes para cada freqüência).
2. Verifique se há linearidade entre corrente e voltagem.
3. Encontre o valor da resistência R_1 (com respectiva incerteza) para cada freqüência através do coeficiente angular de cada uma das retas do gráfico usando o método dos mínimos quadrados (MMQ), e anote-os na Tabela 4-2
4. Verifique se a resistência se altera com a freqüência (Faça um gráfico de R vs f)

Tabelas:

Tabela 4-1-1: f = 200Hz. $V_R = (V_A - V_B)$

V_B (V)	i (A)	V_A (V)	V_R (V)
0,10			
0,20			
0,30			
0,40			
0,50			
0,60			
0,70			
T(s) ± δT=			
f (Hz) ± δf=			

Tabela 4-1-2: f = 500Hz $V_R = (V_A - V_B)$

V_B (V)	i (A)	V_A (V)	V_R (V)
0,1			
0,2			
0,3			
0,4			
0,5			
0,6			
0,7			
(T ± δT) s =			
(f ± δf) Hz =			

Tabela 4-1-3: f = 1kHz $V_R = V_A - V_B$

V_B(V)	i (A)	V_A (V)	V_R (V)
0,1			
0,2			
0,3			
0,4			
0,5			
0,6			
0,7			
T(s) $\pm$ δT=			
f (Hz) $\pm$ δf=			

Tabela 4-2:

Frequência	Resistência calculada
200 Hz	
500 Hz	
1000 Hz	