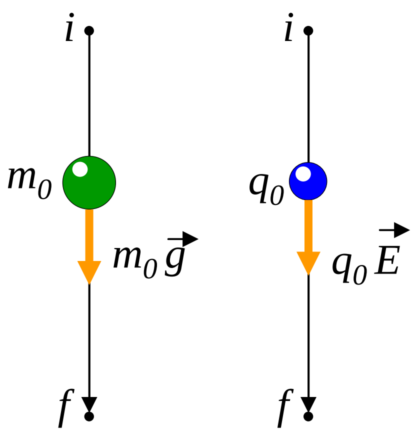
4. Potencial Elétrico (baseado no Halliday, 4a edição)

Gravitação, Eletrostática e Energia Potencial

Muitos problemas podem ser tratados através de semelhanças.

Ex.: a Lei de Coulomb e a Lei da Gravitação de Newton

	Gravitação	Eletrostática
Objeto de estudo	m	q
Campo vetorial	$\vec{g} = \vec{F}_g / m_0$	$\vec{E} = \vec{F}_E / q_0$
Força sobre um objeto de estudo	$\vec{F}_g = m\,\vec{g}$	$\vec{F}_E = q\,\vec{E}$
Força entre dois objetos	$F_g = G\,m_1\,m_2 / r^2$	$F_E = k_E\,q_1\,q_2 / r^2$



Uma massa em um campo gravitacional possui energia de posição/configuração (energia potencial) e sofre um trabalho deste campo para movimentá-la. O mesmo raciocínio se aplica a uma carga elétrica em um campo elétrico.

Quando um sistema é conservativo (ΔE = 0 J) o movimento de um corpo em “queda livre” ($i \rightarrow f$), seja uma massa m_0 em um campo gravitacional (na ausência de forças dissipativas) ou uma carga q_0 em um campo elétrico, ambas sofrem a transformação de energia potencial em cinética ($\Delta K = -\,\Delta U$). (ver a revisão de Sistemas Conservativos – slide 25, Capítulo 2)

Podemos relacionar a energia potencial de um sistema conservativo com o trabalho, através o "teorema trabalho energia"

$\Delta K = K_f - K_i = W_{if}$ como $\Delta U = -\Delta K$, então $\Delta U = U_f - U_i = -W_{if}$.

Como o sistema é conservativo (nenhuma força dissipativa está presente):

"O trabalho independe da trajetória."

A força nestes casos é dita ser conservativa, isto é, $F_s = -\dfrac{\partial U}{\partial s}$.

Analisando o caso eletrostático, vemos que o sistema é conservativo pois a força eletrostática é conservativa.

"Ao deslocarmos uma carga de teste de um ponto para outro num campo elétrico, vemos que a diferença de energia potencial elétrica da carga de teste entre estes pontos é o negativo do trabalho realizado pela força eletrostática, devido ao campo elétrico sobre a carga, durante o seu movimento." $\rightarrow$ isto pode ser entendido como: trabalho externo (negativo) realizado contra o campo elétrico. Como a força eletrostática é conservativa, este trabalho independe da trajetória.

"Energia Potencial em Um Ponto"

Assim como todo tipo de energia, a diferença de energia é que é relevante, por isto, a energia potencial em um ponto é o resultado de:

a) Escolhemos um sistema de referência (uma vez que energia potencial está associada a um ponto/posição) cuja localização especificamos.

b) Atribuímos um valor arbitrário para a energia neste ponto.

Quando fazemos a escolha da referência e da energia de referência, estamos eliminando a energia de referência (“energia de fundo”) do problema, pois somente a diferença de energia é que tem significado físico:

Energia de fundo = 0J

Ex.: $U_i = 0$ J, $U_i = 100$ J não têm significado físico, mas $U_f = \cancel{U_i} + \Delta U$ tem significado.

Consideremos

$U_i = 0$ J para $i \to \infty$ e $U_f = U$ então $\boxed{\Delta U = U = -W_{\infty f}}$.

“A energia potencial U de uma carga de teste q_0 em qualquer ponto é igual ao negativo do trabalho $W_{\infty f}$ realizado sobre a carga de teste pelo campo elétrico, quando a carga se move do infinito até o ponto em questão (f)”.

Potencial Elétrico

A energia potencial de uma carga puntiforme, num campo elétrico, depende não só do campo, mas também do módulo da carga:

$$\Delta U = -W_{if} = -\int_i^f \vec{F} \cdot d\vec{s} = -\int_i^f \vec{F}_E \cdot d\vec{s} = -\int_i^f q\,\vec{E} \cdot d\vec{s}$$

Mas a energia potencial por unidade de carga tem um valor único em qualquer ponto do campo elétrico. Logo U / q_0 é independente de q_0, constituindo uma característica exclusiva do campo elétrico

$$\frac{\Delta U}{q_0} = -\frac{1}{\cancel{q_0}} \int_i^f \cancel{q_0}\,\vec{E} \cdot d\vec{s}$$

Potencial Elétrico (V) ou Potencial

Em qualquer ponto temos uma propriedade que não depende da carga elétrica $\Delta U/q_0$, então para qualquer ponto

$$\boxed{V = \frac{U}{q_0}}$$

A diferença de potencial (d. d. p.) entre dois pontos (i, f) quaisquer

$$\boxed{\Delta V = V_f - V_i = \frac{U_f}{q_0} - \frac{U_i}{q_0} = \frac{\Delta U}{q_0}}$$

usando $\Delta U = U_f - U_i = -W_{if}$, temos a definição de Diferença de Potencial:

$$\boxed{\Delta V = V_f - V_i = -\frac{W_{if}}{q_0}}$$

Como $W_{if} = -q_0\,\Delta V$:

"O trabalho realizado para deslocar a carga q_0, com velocidade constante, do ponto i para o ponto f, é igual a $-q_0\,\Delta V$. Ou seja, é igual em módulo e contrário ao trabalho realizado pelo campo elétrico durante o movimento."

Fazendo a escolar da referência e da energia de referência:

$U_i = 0$ J para $i = \infty$ e $U_f = U$, então $V_i = 0$ unidades de tensão e $V_f = V = U / q_0$

$$\boxed{\Delta V = V = -\frac{W_{\infty f}}{q_0}}$$

$W_{\infty f}$ $\rightarrow$ trabalho realizado pelo campo elétrico sobre a carga de teste durante o seu movimento desde o infinito, até o ponto em questão (f)

Unidade (V):

a) [V] = [W] / [q] $\rightarrow$ no S. I. $\rightarrow$ **J / C** $\rightarrow$ recebe o nome de Volt (**V**).

b) Valor unitário

$$\boxed{1V = \frac{1\,J}{1\,C}}$$

Energia Potencial Elétrica: "energia associada a um objeto carregado num campo elétrico externo. Depende da carga elétrica e do campo elétrico."

Potencial Elétrico: "propriedade do campo elétrico propriamente dito, estando ou não presente, um objeto carregado. Depende somente do campo elétrico, e não da carga elétrica."

Redefinindo Algumas Unidades

1) Redefinição da unidade de campo elétrico (unidade usual):

a) $[E]$ $\rightarrow$ no S. I. $\dfrac{1\,N}{1C} = \dfrac{1\,J}{1\,m}\dfrac{1}{1\,C} = \dfrac{1\,V}{1\,m}$ $\rightarrow$ **V / m.**

b) Valor unitário

$$\boxed{1\,V\!\big/\!m = \frac{1\,V}{1\,m}}$$

2) Redefinição da unidade de energia:

a) No S. I. $1\;eV = (1{,}60 \times 10^{-19}\text{ C})\,(1\text{ J} / 1\text{ C}) = 1{,}60 \times 10^{-19}\text{ J}$.

b) Valor unitário

$$\boxed{1\,eV = 1{,}60 \times 10^{-19}\,J}$$

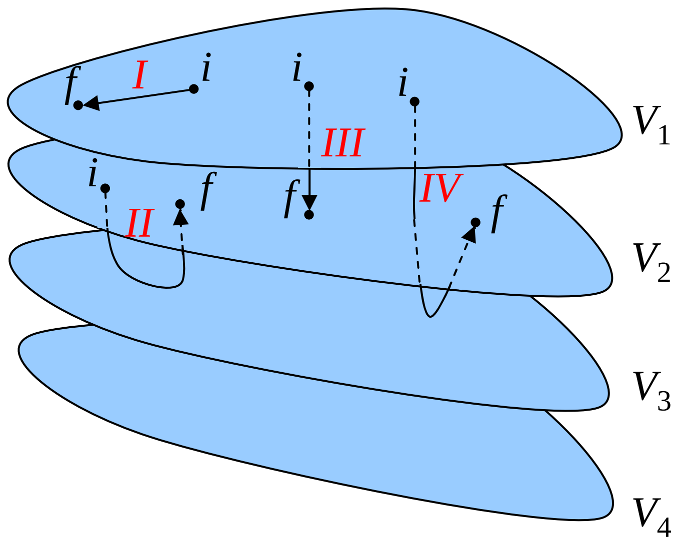
“Um elétron-volt ($1\;eV$) é uma energia igual ao trabalho necessário para deslocar uma única carga elementar e, tal como a carga do elétron ou do próton, através de uma diferença de potencial de $1\;V$”.

Ex.: $1\;keV$, $1\;MeV$, $1\;GeV$, etc.

Superfícies Equipotenciais

Conceito: lugar geométrico dos pontos que possuem o mesmo potencial elétrico.

Uma família de superfícies equipotenciais, cada uma com um valor totalmente diferente de potencial, pode ser usada para representar o campo elétrico numa certa região.



V_1, V_2, V_3 e V_4 $\rightarrow$ família de superfícies equipotenciais.

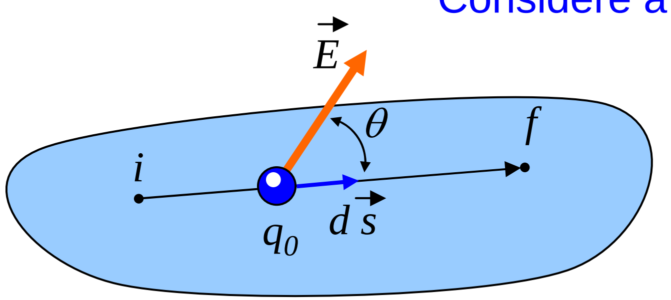
I, II, III e IV $\rightarrow$ trajetórias da carga de teste q_0.

Trajet. I e II $\rightarrow$ $W_{if} = 0$ J, pois $\Delta V = 0$ V.

Trajet. III e IV $\rightarrow$ $W_{if,III} = W_{if,IV}$, pois $\Delta V_{III} = \Delta V_{IV}$ (o trabalho independe da trajetória).

Relação Entre Campo Elétrico e Superfície Equipotencial

Considere a superfície equipotencial e o campo elétrico abaixo:



1) Se o campo elétrico possui componentes paralela à superfície, então, Wif $\neq$ 0 J e ΔV $\neq$ 0V, portanto não seria uma superfície equipotencial.

2) Então as linhas de campo e o campo elétrico devem ser perpendiculares à superfície equipotencial.

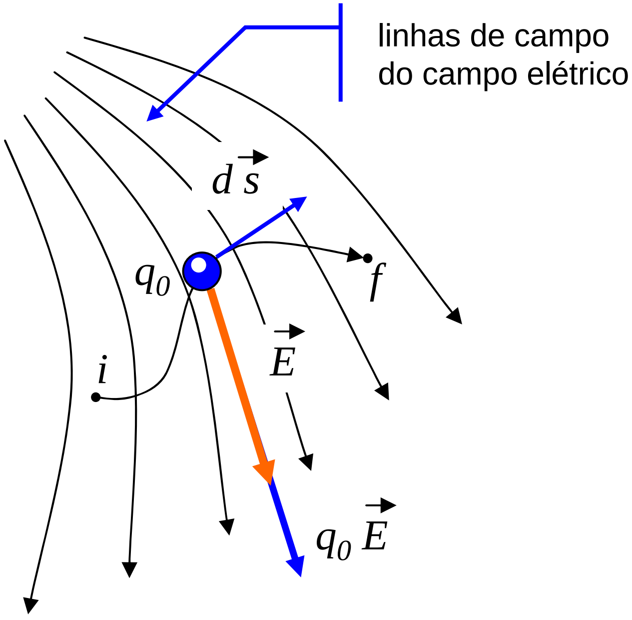
Algumas formas de superfícies equipotenciais:

1) Uma distribuição puntiforme ou esfericamente simétrica, constituem uma família de superfícies equipotenciais esféricas concêntricas.

2) Para um campo uniforme, as superfícies equipotenciais constituem uma família de planos perpendiculares às linhas de campo.

Cálculo do Potencial a Partir do Campo Elétrico

Podemos calcular a d. d. p. entre dois pontos (i e f) num campo elétrico, a partir do conhecimento do campo elétrico em todos os pontos ao longo de uma trajetória ligando os pontos.



$\Delta V = -\dfrac{W_{if}}{q_0}$ $\rightarrow$ calculamos ΔV a partir de W_{if}.

$q_0\vec{E}$ $\rightarrow$ força eletrostática, em qualquer ponto entre i e f.

$d\vec{s}$ $\rightarrow$ pequeno deslocamento na trajetória.

$dW = \vec{F}\cdot d\vec{s}$ $\rightarrow$ trabalho realizado sobre q_0 na trajetória $d\vec{s}$.

$$\Delta V = V_f - V_i = -\frac{W_{if}}{q_0} = -\frac{1}{\cancel{q_0}}\int_i^f \cancel{q_0}\,\vec{E}\cdot d\vec{s}$$

$$\Delta V = V_f - V_i = -\int_i^f \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

A Diferença de Potencial:

1) independe da carga de teste ou de qualquer outra carga, sendo uma propriedade exclusiva do campo elétrico;

2) é uma integral de linha entre dois pontos quaisquer (i, f) num campo elétrico;

3) independe da trajetória (uma vez que o trabalho independe da trajetória) e

4) se escolhemos o referencial e a energia de referência, $V_i = 0$ V para $i = \infty$ e $V_f = V$

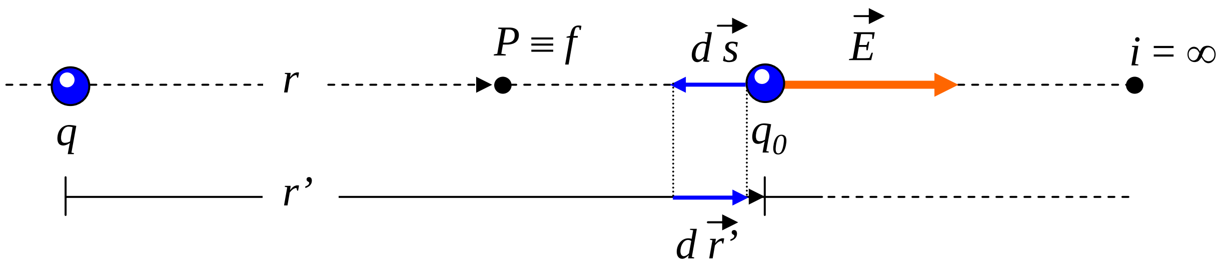
$$\Delta V = V = -\int_\infty^f \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

Aplicações do Potencial Elétrico

Distribuições Discretas de Cargas Elétricas

1º Caso) Potencial Elétrico Criado por uma Carga Puntiforme

Características: carga elétrica puntiforme positiva e isolada.



q → carga puntiforme positiva e isolada.
q_0 → carga de teste que move-se do infinito ($i = \infty$) até P (f).
E → módulo do campo elétrico gerado pela carga elétrica q no ponto onde está q_0.
ds → módulo do elemento de deslocamento de i para f.

Como a trajetória não importa, escolhemos uma linha radial indo da carga q até o infinito (uma vez que começamos a medir as distâncias a partir de q).

r' → distância qualquer, descrevendo q_0 saindo do ∞ e chegando em P.
$V(P)$ → potencial em P que está a uma distância r da carga q.

Adotando $V_i = 0$ V para $i = \infty$, e $V_f = V(P)$, temos que resolver $\Delta V = V(P) = -\int_{\infty}^{f} \vec{E} \cdot d\vec{s}$

$$\vec{E} \cdot d\vec{s} = E\ ds \cos\underbrace{\theta}_{-1\ (\theta = 180^0)} = -E\ ds = \cancel{-}E\ (\cancel{-}dr') = E\ dr' \quad \left\{ \begin{array}{l} E = k_E \dfrac{q}{r'^2} \\ i = \infty \rightarrow \infty \\ f \rightarrow r \end{array} \right.$$

$$\Delta V = V(P) = -\,k_E\, q\int_{\infty}^{r}\frac{dr'}{r'^2}$$

A integral é tabelada como $\boxed{\int u^m\, du = \frac{u^{m+1}}{m+1}}$

$$\Delta V = V(P) = \cancel{-}\,k_E\, q\left(\cancel{-}\frac{1}{r'}\right)_{\infty}^{r} = k_E\, q\left(\frac{1}{r} - \cancelto{0}{\frac{1}{\infty}}\right) = k_E\,\frac{q}{r} \quad \text{ou} \quad \boxed{\Delta V = V(P) = k_E\,\frac{q}{r}}\,.$$

“O potencial gerado por uma carga puntiforme positiva deve ser positivo, o potencial gerado por uma carga puntiforme negativa deve ser negativo”.

2º Caso) Potencial Elétrico Criado por um Grupo Carga Puntiforme

Características: N cargas elétricas puntiformes e isoladas.

Podemos calcular o potencial líquido, num ponto qualquer, como sendo a superposição dos potenciais:

1º) calculamos separadamente as contribuições de cada carga elétrica no ponto considerado e

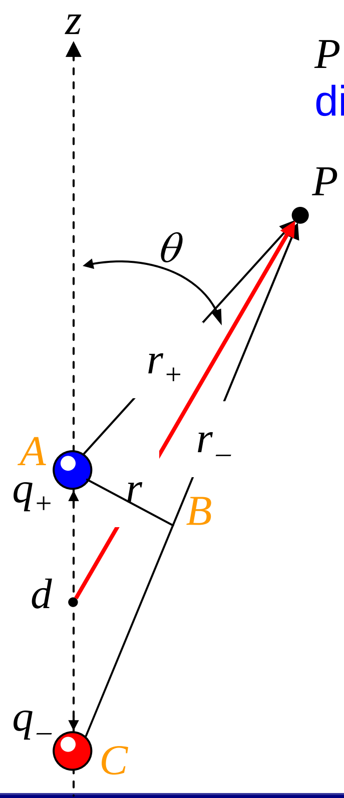
2º) fazemos a superposição dos resultados (somatório).

$$\Delta V = V(P) = \sum_{i=1}^{N} V_i = k_E \sum_{i=1}^{N} \frac{q_i}{r_i}$$

Obs.: o somatório é algébrico e não vetorial. Esta é a vantagem do cálculo do potencial sobre o cálculo de $\vec{E}$.

3º Caso) Potencial Elétrico Criado por um Dipolo Elétrico

Características: potencial elétrico criado por um dipolo elétrico, em qualquer ponto P a uma distância r do dipolo. As cargas $|q_+| = |q_-| = q$, estão separadas por uma distância d.



q_+ $\rightarrow$ gera V_+ em P a uma distância r_+.
q_- $\rightarrow$ gera V_- em P a uma distância r_-.
z $\rightarrow$ eixo do dipolo (ou dipolar).
d $\rightarrow$ distância do dipolo ao ponto P (distância dipolar).
r $\rightarrow$ distância do dipolo ao ponto P.
$\vec{p} = q\,\vec{d}$ $\rightarrow$ momento de dipolo elétrico.
θ $\rightarrow$ ângulo entre r e o eixo do dipolo elétrico.

Fazendo a superposição dos potenciais em P

$$\Delta V = V(P) = \sum_{i=1}^{2} V_i = V_+ + V_- \quad \begin{cases} V_+ = k_E \dfrac{q_+}{r_+} \\ V_- = k_E \dfrac{q_-}{r_-} \end{cases}$$

$$\Delta V = V(P) = k_E \frac{q_+}{r_+} - k_E \frac{q_-}{r_-} = k_E\ q \left(\frac{1}{r_+} - \frac{1}{r_-} \right) = k_E\ q \left(\frac{r_- - r_+}{r_-\ r_+} \right)$$

Normalmente temos que para $r >> d$ (ex.: molécula de água, átomos de uma antena, etc.),

$$r_- - r_+ \approx d \cos\theta$$

$$r_-\ r_+ \approx r^2$$

$$\boxed{\Delta V = V(P) = k_E \frac{q\ d \cos\theta}{r^2}} \quad \text{ou} \quad \boxed{\Delta V = V(P) = k_E \frac{p \cos\theta}{r^2}}\ .$$

Análise do resultado:

1) Se mantemos r e θ constantes, o potencial em P não se altera.

2) Para $\theta = 90^0$ $\rightarrow$ plano equatorial do dipolo, $V(P) = 0$ V, pois $|q_+| = |q_-|$ e $|r_+| = |r_-|$, portanto $V_+ - V_- = 0$ V.

3) Para $\theta = 0^0$ $\rightarrow$ $V(P)$ tem o seu valor máximo (+).

4) Para $\theta = 180^0$ $\rightarrow$ $V(P)$ tem o seu valor mínimo (–).

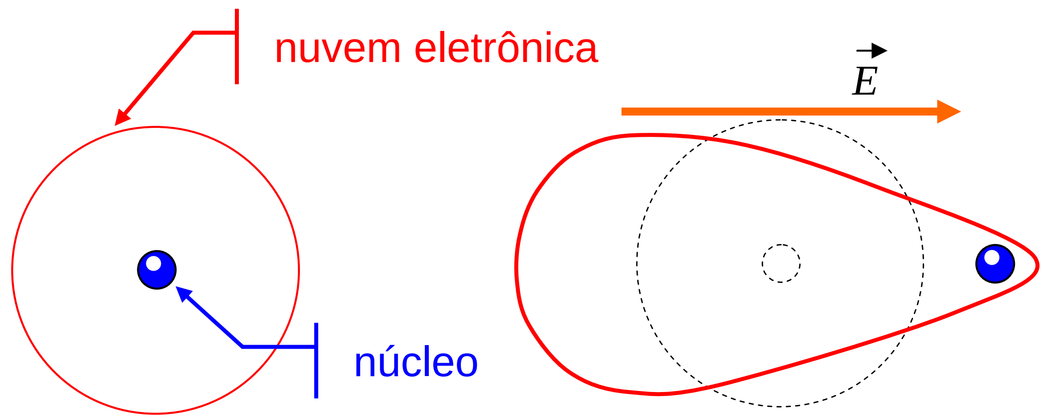
5) O potencial depende somente de p (momento de dipolo elétrico) e não de q (carga elétrica) e d (distância dipolar) separadamente.

Análise Quanto à Polaridade

1) Muitas moléculas possuem momento de dipolo permanente:
Moléculas (ou átomos) **polares** $\rightarrow$ Ex.: moléculas de água (centros de carga não coincidem).

2) Muitas moléculas (átomos) são não-polares:
Moléculas (ou átomos) **apolares** $\rightarrow$ os centros de carga coincidem ($p = 0\ \mathrm{Cm}$)

Se colocamos uma molécula (ou átomo) não-polar num campo elétrico externo, podemos induzir a formação de um Momento de Dipolo induzido



Átomo neutro

Átomo num campo elétrico externo

a) Forma dipolo pela deformação da nuvem eletrônica.

b) O momento de dipolo é dito induzido, e a molécula (átomo) é dita polarizada pelo campo.

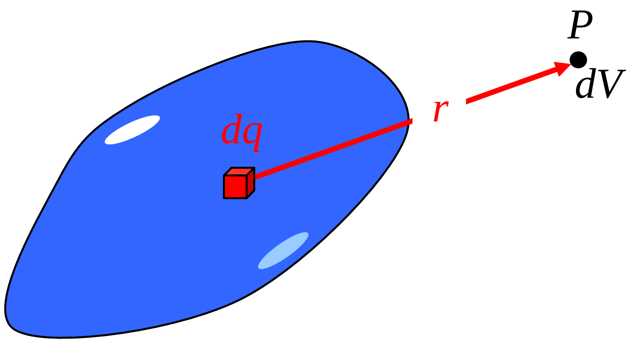
Ex.: antenas de rádio e TV (dipolo induzido oscilantes, isto é, o momento de dipolo é uma função periódica do tempo).

Distribuições Contínuas de Cargas Elétricas

Assim como fizemos com o campo elétrico, podemos fazer para o potencial elétrico (ver a seguir).

Método para resolver o problema

1º Passo) Tomamos uma pequena porção do objeto carregado com carga dq.



2º Passo) A carga dq gera no ponto P, que está a uma distância r da carga, um potencial elétrico dV.

3º Passo) Encontramos o potencial $V(P)$ por integração de dV.

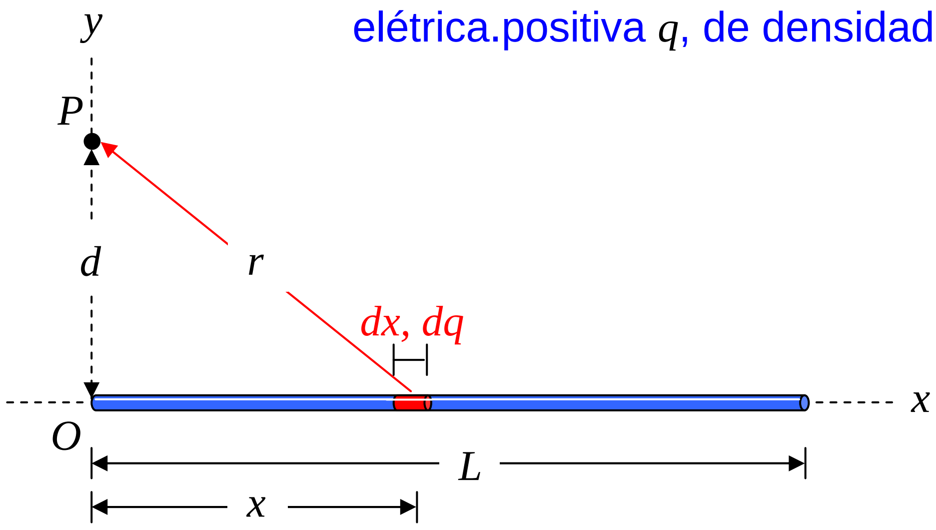
Candidatos a dq:

a) dq pode ser tão pequeno quanto se queira $\rightarrow$ carga puntiforme.

b) podemos ter dados auxiliares $\rightarrow$ usamos estes dados.

1º Caso) Potencial Elétrico Criado por uma Linha de Carga

Características: barra fina (linha) isolante (plástico) de comprimento L e carga elétrica.positiva q, de densidade linear uniforme (λ = C<u>te</u>).



q $\rightarrow$ carga positiva uniformemente distribuída.
L $\rightarrow$ comprimento da barra.
d $\rightarrow$ distância da barra ao ponto P.
dx $\rightarrow$ elemento de comprimento da barra.
dq $\rightarrow$ elemento de carga da barra.
x $\rightarrow$ distância de O até dx.

Como não temos nenhum cálculo auxiliar para nos ajudar, vamos utilizar aproximação de carga puntiforme

$$dV = k_E \frac{dq}{r} \quad \begin{cases} \lambda = \dfrac{q}{L} = \dfrac{dq}{dx} = Cte \quad \text{ou} \quad dq = \lambda\, dx \\ r = \sqrt{x^2 + d^2} \end{cases}$$

$$dV = k_E \frac{\lambda\, dx}{(x^2 + d^2)^{1/2}} \quad \text{então} \quad V(P) = \int dV = \int_0^L k_E \frac{\lambda\, dx}{(x^2 + d^2)^{1/2}} = k_E\, \lambda \int_0^L \frac{dx}{(x^2 + d^2)^{1/2}}$$

Da tabela de integrais $\int \frac{dx}{\left(x^2+a^2\right)^{1/2}} = \ln\left(x+\sqrt{x^2+a^2}\right)$.

$$V(P) = k_E\ \lambda \ln\left(x+\sqrt{x^2+d^2}\right)\Big|_0^L = k_E\ \lambda\left[\ln\left(L+\sqrt{L^2+d^2}\right) - \ln d\right]$$

$$\boxed{V(P) = k_E\ \lambda \ln\left[\frac{L+\left(L^2+d^2\right)^{1/2}}{d}\right]}$$

Análise do resultado:

1) Como $V(P)$ é positivo (pois a carga elétrica q, é positiva), esta equação precisa dar um valor positivo, isto é, o argumento do logaritmo deve ser maior que 1 para que $V(P)$ seja positivo.

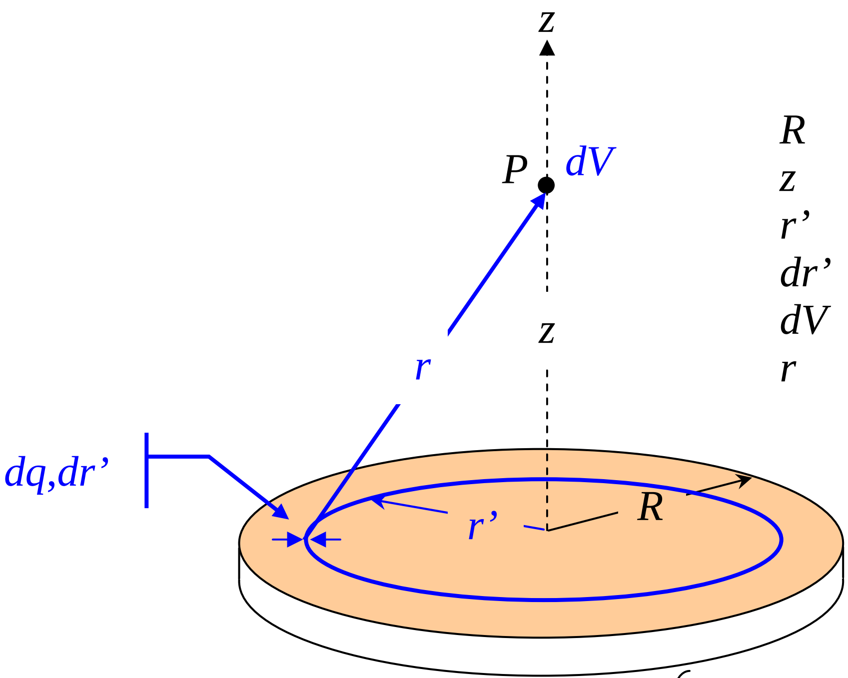
2) Se $L >> d$ $\rightarrow \ln(2\,L\,/\,d)$ e $2\,L\,/\,d > 1$ sempre.

3) Se $d >> L$ $\rightarrow \ln((L{+}d)\,/\,d)$ e $(L{+}d)\,/\,d > 1$ sempre.

4) Então $\ln[\ \dots\ ]$ onde $[\ \dots\ ] > 1$ para todos os casos e portanto, $V(P) > 0$.

2º Caso) Potencial Elétrico Criado por um Disco Carregado

Características: encontrar o potencial elétrico em um ponto P, de um disco isolante de raio R uniformemente carregado com carga q na face superior (σ = C<u>te</u>), a uma altura z do centro do disco.



R → Raio do disco isolante.
z → distância do centro do disco ao ponto P.
r' → raio do anel de carga dq.
dr' → elemento de largura do anel de raio r'.
dV → potencial elétrico gerado pela carga dq no ponto P.
r → distância de dq até o ponto P.

Novamente, vamos utilizar aproximação de carga puntiforme (não temos cálculo auxiliar para o potencial elétrico)

$$dV = k_E \frac{dq}{r} \quad \begin{cases} \sigma = \dfrac{q}{A} = \dfrac{dq}{dA} = Cte \quad \text{ou} \quad dq = \sigma\, dA \quad \text{com} \\ dA = (2\pi\, r')\, dr' \quad \text{e} \quad r = \sqrt{z^2 + r'^2} \end{cases}$$

$$dV = k_E \frac{\sigma\,(2\pi\, r')\, dr'}{(z^2 + r'^2)^{1/2}} \quad \text{então} \quad V(P) = \int dV = \int_0^R k_E \frac{\sigma\,(2\pi\, r')\, dr'}{(z^2 + r'^2)^{1/2}} = k_E\, \sigma\, \pi \int_0^R \frac{2\, r'\, dr'}{(z^2 + r'^2)^{1/2}}$$

A integral é da forma $\boxed{\int u^m \, du = \frac{u^{m+1}}{m+1}}$.

$$\left.\begin{aligned} u &= z^2 + r'^2 \\ m &= -\tfrac{1}{2} \\ du &= 2\, r'\, dr' \end{aligned}\right\} \quad \Delta V = V(P) = k_E \, \sigma \, \pi \left[\frac{(z^2 + r'^2)^{1/2}}{1/2} \right]_0^R$$ onde

$$\boxed{\Delta V = V(P) = 2\, k_E \, \sigma \, \pi \, [(z^2 + R^2)^{1/2} - z]}$$

Ou de acordo com o Halliday, 4ª ed.

$$\boxed{\Delta V = V(P) = \frac{\sigma}{2\, \varepsilon_0} \left[(z^2 + R^2)^{1/2} - z \right]}$$

Cálculo do Campo a Partir do Potencial

Antes $\rightarrow$ determinamos o potencial elétrico a partir do campo elétrico.

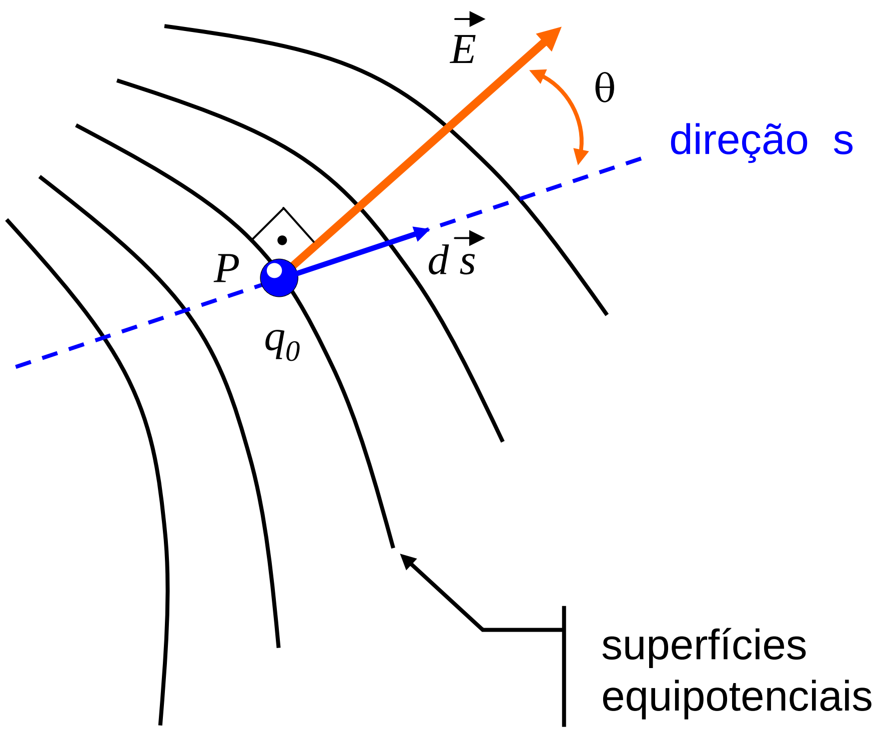
Agora $\rightarrow$ determinaremos o campo elétrico a partir do potencial elétrico.

Procedimento Gráfico

1) Caso se conheça o potencial V em todos os pontos próximos de um conjunto de cargas elétricas, podemos desenhar a família de equipotenciais.

2) As linhas de campo elétrico são traçadas perpendicularmente a estas superfícies (traduzem a variação do campo elétrico).

Procedimento Matemático



a) Representação de seções transversais ao campo elétrico de uma família de superfícies equipotenciais.

b) A d. d. p. entre cada par de superfícies adjacentes é igual a dV.

c) O campo $\vec{E}$ em qualquer ponto P é perpendicular à superfície equipotencial que passa por P.

q_0 → carga de teste.

$\vec{E}$ → campo elétrico no ponto P.

$d\vec{s}$ → deslocamento sofrido pela carga q_0 indo de uma superfície equipotencial para outra adjacente.

Lembrando que $\Delta V = V = -\int_{\infty}^{f} \vec{E} \cdot d\vec{s}$ e $dV = -\cancel{d}\left(\cancel{\int_{\infty}^{f}} \vec{E} \cdot d\vec{s}\right)$

$dV = -\vec{E} \cdot d\vec{s} = -E\, ds \cos\theta$ ou $(E \cos\theta)\, ds = -\, dV$, $E \cos\theta = -\dfrac{dV}{ds}$.

$$E_s = -\frac{dV}{ds}$$

Temos infinitas direções s que podemos adotar, mas estamos interessados numa direção específica s, logo

$$\boxed{E_s = -\frac{\partial V}{\partial s}}$$

E_s $\rightarrow$ componente do campo elétrico E na direção s.

$\partial V / \partial s$ $\rightarrow$ derivada parcial de $V(s)$.

"O componente de $\vec{E}$ em qualquer direção é o negativo da taxa de variação do potencial elétrico, com a distância, naquela direção." $\rightarrow$ derivada direcional

Ex.: se tomamos s, sucessivamente, como os eixos x, y e z

$$E_x = -\frac{\partial V(x,y,z)}{\partial x}, \quad E_y = -\frac{\partial V(x,y,z)}{\partial y}, \quad E_z = -\frac{\partial V(x,y,z)}{\partial z}$$

De forma mais sintética

$$\boxed{\vec{E} = -\nabla V = -grad\ V}$$

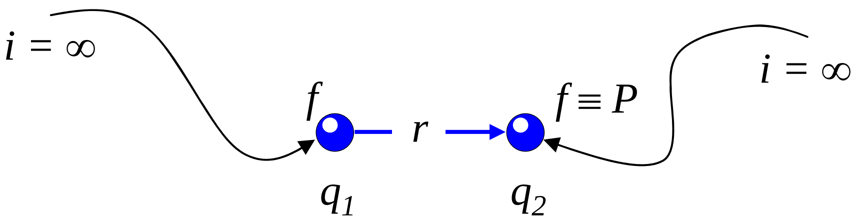
onde: ∇ $\rightarrow$ é o operador *nabla* ou *del*.
∇V $\rightarrow$ é chamado de *gradiente do potencial elétrico* (derivada direcional de V).

$$\boxed{\nabla = \frac{\partial}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial}{\partial z}\hat{k}}$$

Energia Potencial Elétrica de um Sistema de Cargas Puntiformes

Para aproximarmos dois corpos carregados com cargas de mesmo sinal, é preciso realizarmos trabalho. A energia é armazenada, devido ao trabalho, sob a forma de energia potencial no sistema das duas cargas elétricas. Se liberamos as cargas, podemos recuperar a energia armazenada sob a forma de energia cinética.

"A energia potencial elétrica de um sistema de cargas puntiformes fixas é igual ao trabalho que deve ser realizado por um agente externo para unir o sistema, trazendo cada uma das cargas de uma distância infinita."



q_1, q_2 $\rightarrow$ cargas puntiformes em repouso tanto em i quanto em f.

a) Estas cargas podem ser positivas ou negativas.

b) Começamos com ambas no infinito e em repouso.

r $\rightarrow$ distância final entre q_1 e q_2.

Quando trazemos q_1 do infinito (i) até o ponto f, não realizamos trabalho ($F_E = 0\text{N}$, não temos cargas elétricas, ainda).

Quando trazemos q_2 do infinito (i) até o ponto f, realizamos trabalho, pois temos força eletrostática de q_1 sobre q_2 durante toda a trajetória.

$$\Delta V = V(P) = -\frac{W_{\infty f}}{q_0} \quad \text{como} \quad \begin{cases} q_0 = q_2 \\ V(P) = V_1 = k_E \dfrac{q_1}{r} \end{cases}$$

$$\Delta U = U = -W_{\infty f} = \cancel{-}(\cancel{-}q_2 V_1) = k_E \frac{q_1 q_2}{r} \quad \text{ou} \quad \boxed{\Delta U = U = k_E \frac{q_1 q_2}{r}} .$$

Obs.: 1) se as cargas tiverem o mesmo sinal, teremos de realizar um trabalho positivo para aproximá-las (contra a repulsão mútua entre elas) $\rightarrow$ energia potencial positiva.

2) se as cargas tiverem sinais opostos, teremos de realizar um trabalho negativo para aproximá-las (contra a força de atração) $\rightarrow$ energia potencial negativa.

Um Condutor Carregado e Isolado

1º Caso) Condutor Carregado e Isolado com Grande Simetria

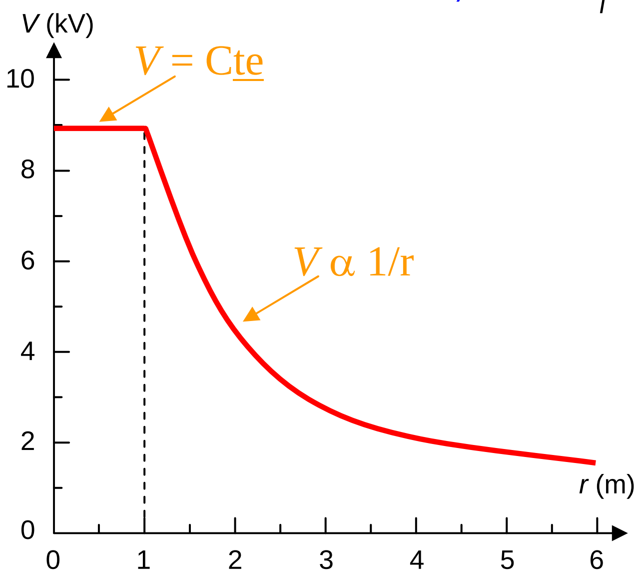
Vimos anteriormente que $E = 0$ N/C para todos os pontos no interior de um condutor carregado e isolado, então usamos a Lei de Gauss para provar:

"Ao ser atingido o estado de equilíbrio, qualquer excesso de carga colocado num condutor isolado, será encontrado inteiramente sobre a sua superfície. Isto é verdadeiro mesmo que o condutor tenha uma cavidade interna, vazia."

Agora vamos usar $E = 0$ N/C para todos os pontos no interior de um condutor isolado, para provar que:

"Um excesso de cargas colocado num condutor isolado se distribuirá por sua superfície até que todos os pontos do condutor – no interior e na superfície – atinjam o mesmo potencial. Isto é verdade independentemente do condutor possuir ou não, uma cavidade interna."

Usando $\Delta V = V_f - V_i = -\int_i^f \vec{E} \cdot d\vec{s}$, como $E = 0$ N/C em todos os pontos dentro do condutor, $\Delta V = V_f - V_i = 0$ V e $V_f = V_i$ para todos os pares de pontos (i, f) do condutor.

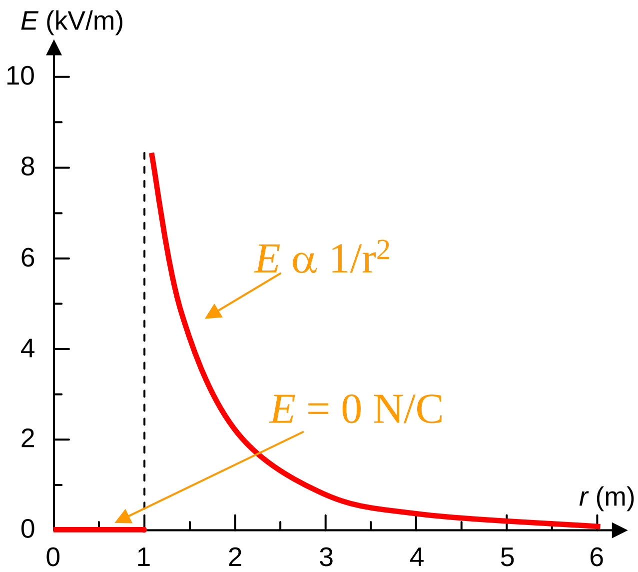


Exemplo: casca esférica de raio R = 1,0 m, carregada com uma carga q = 1,0 μC.

r → distância radial do centro da casca esférica até a borda.

Para $r > R$, $\boxed{\Delta V = V(r) = k_E \dfrac{q}{r}}$ → carga puntiforme.

Para r = R, quando aproximamos a carga de teste, desde a superfície da casca até o centro, não realizamos trabalho nenhum (F_E = 0 N) → então o potencial em todos os pontos, no interior da casca, é igual ao da superfície.



Variação do campo elétrico para a mesma casca (R = 1,0 m e q = 1,0 μC).

Para $0 \le r \le R$, $E = 0$ N/C.

Para $r > R$, $\boxed{E(r) = k_E \dfrac{q}{r^2}}$ → carga puntiforme.

1) A curva $E(r)$ pode ser obtida, de $V(r)$, derivando parcialmente $V(r)$ em relação a r:

$$E_r = -\frac{\partial V(r)}{\partial r}$$

2) A curva $V(r)$ pode ser obtida, de $E(r)$, integrando $E(r)$ em relação a r:

$$V(r) = -\int_i^f \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

2º Caso) Condutor Carregado e Isolado com Simetria Qualquer

Excluindo condutores esféricos, a carga de um condutor não se distribui uniformemente sobre a superfície.

Ex.: em pontas ou quinas, a densidade superficial pode alcançar valores muito elevados (bem como o campo elétrico) $\rightarrow$ efeito corona.

Efeito Corona

O ar ao redor de uma ponta torna-se ionizado, produzindo a descarga corona.

A descarga corona, o eriçamento do cabelo, são frequentemente os precursores de um relâmpago, em tais circunstâncias, é prudente estar no abrigo de uma casca condutora onde o campo elétrico é garantidamente nulo.

Ex.: o carro é um lugar seguro, quase ideal (carro de estrutura metálica, não de fibra de vidro).

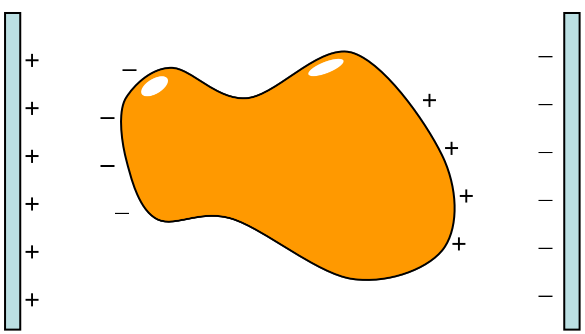
3º Caso) Condutor Isolado num Campo Elétrico Externo

Quando um condutor isolado é colocado em um campo elétrico externo, todos os pontos do condutor ficam com o mesmo potencial elétrico, tendo ou não, cargas em excesso.

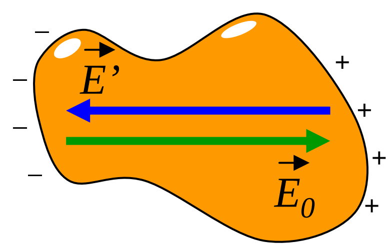
1) Os elétrons livres no condutor, se distribuem sobre a superfície de tal maneira que o campo elétrico produzido por eles nos pontos interiores, cancelam o campo elétrico externo.

2) A distribuição dos elétrons faz com que o campo elétrico resultante em todos os pontos sobre a superfície sejam perpendiculares à superfície do condutor.

A Separação de Cargas no Condutor Neutro



a) separação de cargas por indução.



b) $E = E_0 - E' = 0$ N/C.

c) Equipotencial: o campo elétrico externo perturba a equipotencial, logo o condutor se polariza inversamente para gerar um potencial contrário com a finalidade de restaurar o equilíbrio $V_0 = V'$.

Lista de Exercícios Complementar 4

6E)	pág. 82
7E)	pág. 82
11P)	pág. 83
24P)	pág. 84
33P)	pág. 84
36E)	pág. 85
49P)	pág. 86
50P)	pág. 86
52E)	pág. 87
56E)	pág. 87
68P)	pág. 88
81P)	pág. 88